INNOVACION MATEMÁTICA 5

GUÍA DEL MAESTRO

Primaria

ALWAYS LEARNING

PEARSON

INNOVACIÓN MATEMÁTICA 5

GUÍA DEL MAESTRO

PEARSON

Datos de catalogación

Autores: Mancera Martínez, Eduardo; Daniel Robles Robles; Daniel Robles Minquini; Eduardo Basurto Hidalgo.

Innovación matemática 5. Guía del maestro

Quinto grado, educación primaria.

1a. Edición

Pearson Educación de México, S.A. de C.V., 2014

ISBN: 978-607-32-2592-2

Área: Primaria

Formato: 21 x 27cm Páginas: 192

Innovación matemática 5. Guía del maestro

El proyecto didáctico *Innovación matemática 5. Guía del maestro* es una obra colectiva creada por encargo de la editorial Pearson Educación de México, S.A. de C.V., por un equipo de profesionales en distintas áreas, que trabajaron siguiendo los lineamientos y estructuras establecidos por el Departamento Pedagógico de Pearson Educación de México, S.A. de C.V.

Especialistas en Matemáticas responsables de la revisión técnico-pedagógica:

Máximo Pérez Rivas, Sandra Rojas Cordero y Rosalía Flores Torres

Dirección general: Philip De la Vega ■ **Dirección K-12:** Santiago Gutiérrez ■ **Gerencia editorial K-12:** Jorge Luis Íñiguez ■ **Coordinación editorial K-9:** Marcela Alois ■ **Editora sponsor:** Abigail Álvarez Cuéllar ■ **Coordinación de arte y diseño K-12:** Asbel Ramírez ■ **Supervisión de arte y diseño:** Mónica Galván Alvarez ■ **Edición de desarrollo:** Cristina Armenta Llamas ■ **Corrección de estilo:** Zoraida Reyes González ■ **Asistencia editorial:** Georgina Cervantes Sánchez ■ **Diseño de interiores:** Héctor León Ocampo y Cherry bomb ■ **Composición y diagramación:** Héctor León Ocampo ■ **Ilustración:** Nora Itzel Muñoz Mitre, Israel Emilio Ramírez Sánchez, Laura Irene González Mendoza, Rosina Marisin Gómez Nava, Héctor León Ocampo, Jesús Emmanuel Urueta Cortés, Cruz Enrique Martínez Meza, Jacqueline Velázquez González, Maya Selene García López, Víctor Eduardo Sandoval Ibáñez, Jonathan Rosas Castro.

Dirección K-12 Latinoamérica: Eduardo Guzmán Barros
Dirección de contenidos K-12 Latinoamérica: Clara Andrade

ISBN LIBRO IMPRESO: 978-607-32-2592-2

Atlacomulco 500, 5° piso
Col. Industrial Atoto, C.P. 53519
Naucalpan de Juárez, Edo. de México
Cámara Nacional de la Industria Editorial Mexicana Reg. Núm. 1031

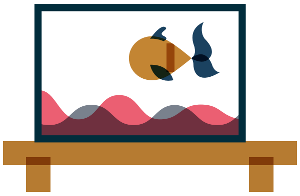
Impreso en México. *Printed in Mexico*.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 - 17 16 15 14

PEARSON

www.pearsonenespañol.com

Contenido



Enfoque didáctico

Innovación matemática establece una metodología para el estudio de las matemáticas centrada en la organización de secuencias didácticas a partir de situaciones problemáticas planteadas en las secciones *Explora*, *Aplica* e *Integra*. Estas secuencias didácticas son interesantes e invitan a los alumnos a reflexionar sobre las diversas formas de resolverlas y a formular argumentos que validen los resultados; garantizando la construcción de conocimientos y el desarrollo de habilidades matemáticas.

El planteamiento de las situaciones en las secuencias didácticas fomenta en los estudiantes la actividad intelectual, apoyando el razonamiento y el análisis de la información.

La metodología propuesta en *Innovación matemática* brinda elementos al docente para poder mediar el aprendizaje con sus alumnos, y al mismo tiempo permite a los estudiantes desarrollar procesos de comprensión para la resolución de problemas.

Papel del docente	Papel del alumno
Propicia la movilización de saberes en los alumnos y su aplicación funcional a partir de la metodología expresada en cada secuencia didáctica. Establece redes de relación mediante la actividad de *Explora* a partir de la movilización de saberes previos que tienen los estudiantes y los guía en las secciones *Aplica* e *Integra* para llegar a la construcción del conocimiento nuevo.	Deduce la información teórica y reafirma algunos elementos conceptuales del contenido nuevo.
Plantea preguntas metacognitivas a los alumnos a partir de lo que realizan en la sección *Aplica* para guiar la construcción de sus aprendizajes. Media la confrontación de las estrategias que proponen los alumnos y propicia el aprendizaje colaborativo a través de las diferentes actividades complementarias en parejas o en equipo.	Decide qué estrategias y procedimientos pueden ser útiles para resolver la situación problemática, haciendo un análisis de lo realizado, y sigue adquiriendo las herramientas necesarias para dominar el contenido. Genera y selecciona la o las estrategias a través de la secuencia didáctica planteada, con lo que logra el dominio del contenido. Resuelve las situaciones problemáticas mediante la recuperación y aplicación de los conocimientos previos con los que cuenta. Se plantea una serie de preguntas para analizar las estrategias y procedimientos que necesita dominar para construir su aprendizaje.

Papel del docente	Papel del alumno
Media y facilita la integración de conocimientos adquiridos durante la lección.	Resuelve de manera autónoma la situación problemática haciendo uso de lo que se apropió en las secciones anteriores, y puede explicar las estrategias y procedimientos que utilizó.

En *Innovación matemática*, y de acuerdo con el enfoque planteado en planes y programas, se pretende que los alumnos desarrollen las siguientes competencias matemáticas.

Competencias matemáticas

a) Resolver problemas de manera autónoma

Permite que los alumnos sepan identificar, plantear y resolver diferentes tipos de problemas o situaciones diversas que:

- Cuenten con una, con varias o ninguna solución.
- Les sobren o les falten datos.
- Permitan plantear las preguntas por resolver.

Se pretende que los alumnos resuelvan problemas con la aplicación de varios procedimientos y puedan determinar cuál de ellos es más eficiente, y logren validar la eficiencia de un procedimiento o generalizar una solución mediante la aplicación de los mismos procedimientos en diversas situaciones.

b) Comunicar información matemática

Promueve que los alumnos expresen, representen e interpreten la información matemática de una situación problemática. Para conseguirlo, deben comprender y emplear diferentes formas de representar la información cuantitativa y cualitativa planteada en la situación a resolver, es preciso que sean capaces de deducir la información derivada de las representaciones e inferir propiedades, características o tendencias de la situación o fenómeno representado.

c) Validar procedimientos y resultados

Permite que los alumnos adquieran la confianza suficiente para explicar y justificar los procedimientos y soluciones encontrados, mediante argumentos sólidos que se orientan hacia el razonamiento deductivo y a la demostración formal.

d) Manejar técnicas eficientemente

Promueve en los alumnos el uso eficiente de procedimientos y formas de representación al efectuar cálculos, con o sin apoyo de la calculadora.

La competencia apunta principalmente al uso de los números y las operaciones, que se manifiesta en la capacidad de elegir adecuadamente la o las operaciones al resolver un problema; en la utilización del cálculo mental y la estimación; en el empleo de procedimientos abreviados a partir de las operaciones que se requieren en un problema, y en evaluar la pertinencia de los resultados. Para lograr el uso eficiente de la técnica, es necesario que los alumnos la prueben en muchos problemas, distintos y variados.

Estructura de la asignatura Matemáticas

El programa organiza los aprendizajes matemáticos en tres niveles: eje, tema y contenido.

Asignatura	Serie Innovación matemática
Eje	Eje
Tema Desarrollo de habilidades y conocimientos	Lección Explora, Aplica e Integra (habilidades) Contenido

Ejes	Estudia	Se centra en
Sentido numérico y pensamiento algebraico	Aritmética y álgebra	• El modelado de situaciones mediante el uso del lenguaje aritmético. • La exploración de propiedades aritméticas. • La puesta en práctica de diferentes formas de representar y efectuar cálculos.
Forma, espacio y medida	Geometría y medición	• La exploración de las características y propiedades de las figuras y los cuerpos geométricos. • La generación de condiciones para el tránsito a un trabajo con características deductivas. • El conocimiento de los principios básicos de la ubicación espacial y el cálculo geométrico.
Manejo de la información	Análisis de la información que proviene de distintas fuentes y su uso para la toma de decisiones informadas	• La búsqueda, organización y análisis de información para responder preguntas. • El uso eficiente de la aritmética que se vincula de manera directa con el manejo de la información. • La vinculación con el estudio de otras asignaturas.

Cada uno de los ejes trata diversos temas:

Sentido numérico y pensamiento algebraico:

- Números y sistemas de numeración
- Problemas aditivos
- Problemas multiplicativos

Forma, espacio y medida:

- Figuras y cuerpos
- Ubicación espacial
- Medida

Manejo de la información

- Proporcionalidad y funciones
- Análisis y representación de datos

Evaluación del aprendizaje matemático

A partir del trabajo en el aula, en casa y del uso de las nuevas tecnologías, el docente debe evaluar las competencias matemáticas que va desarrollando el alumno, en función de sus habilidades y aptitudes para analizar y resolver problemas, para manejar información y para enfrentar situaciones que se presentarán en su vida cotidiana.

Para evaluar los conocimientos matemáticos, deben considerarse tres niveles de aprendizaje de los alumnos:

- **Fase inicial:** el alumno pone en funcionamiento su repertorio de conocimientos. (*Explora*)
- **Fase de ejercitación:** el alumno resuelve casos particulares y continúa con la confrontación de sus conocimientos previos. (*Aplica*)
- **Fase de teorización:** el alumno explica los resultados con las nociones y las herramientas matemáticas con que cuenta para la validación de lo construido. (*Integra*)

La evaluación que se presenta al final de cada unidad didáctica tiene como objetivo evaluar los conocimientos y habilidades señalados en el plan y el programa de estudios nacional de Matemáticas y tiene como eje principal los aprendizajes esperados.

Los reactivos que incluimos presentan un nivel de dominio diferenciado para atender el proceso de aprendizaje de todos los alumnos.

La formación de las competencias matemáticas en nivel primaria están orientadas por los estándares curriculares que se establecen en el programa de estudio vigente, el cual expresa lo que el alumno debe saber y ser capaz de hacer en los cuatro periodos escolares: al concluir la educación preescolar, al finalizar tercero de primaria, al término de sexto de primaria y al finalizar la educación básica, es decir, al terminar la secundaria.

Los estándares curriculares enunciados en cada uno de los periodos enmarcan los contenidos escolares a desarrollar en cada uno de los grados escolares a los que pertenece.

Los estándares curriculares del segundo periodo escolar están organizados en:

1. Sentido numérico y pensamiento algebraico
2. Forma, espacio y medida
3. Actitud hacia el estudio de las matemáticas

En tanto que los estándares curriculares del tercer periodo escolar se organizan en:

1. Sentido numérico y pensamiento algebraico
2. Forma, espacio y medida
3. Manejo de la información
4. Actitud hacia el estudio de las matemáticas

Y su progresión debe entenderse como:

- Transitar del lenguaje cotidiano a un lenguaje matemático para explicar procedimientos y resultados.
- Ampliar y profundizar los conocimientos, de manera que se favorezca la comprensión y el uso eficiente de las herramientas matemáticas.
- Avanzar desde el requerimiento de ayuda al resolver problemas hacia el trabajo autónomo.

Tomando como parámetro los estándares curriculares y la metodología de evaluación planteada en el programa oficial, la serie Innovación matemática para primaria ofrece varias alternativas de evaluación para el docente y los alumnos.

La evaluación inicial se realiza en la sección *Explora*, la evaluación continua en la sección *Aplica* y la sumativa en el examen que se encuentra al finalizar cada una de las unidades. De esta manera, el docente y los alumnos pueden llevar un seguimiento y control de los avances en todo el proceso de aprendizaje.

Las evaluaciones finales de cada unidad tienen como característica que los reactivos parten del planteamiento de tres niveles de complejidad. El primer nivel: en el que se espera que todos los alumnos puedan resolver el reactivo, por abordar cuestiones básicas en su manejo; el nivel medio: en el que se exige al alumno un dominio de lo aprendido en contextos que él conoce y ha trabajado, y el tercer nivel: que requiere de un amplio dominio de lo aprendido y de la transferencia del mismo; es decir, que el alumno sea capaz de aplicar lo aprendido en diversos contextos.

Al final del libro encontrará una evaluación de fin de ciclo escolar, que incluye todos los temas del grado.

DOSIFICACIÓN ANUAL

AGOSTO-SEPTIEMBRE-OCTUBRE

Aprendizajes esperados

- Identifica rectas paralelas, perpendiculares y secantes, así como ángulos agudos, rectos y obtusos.

Semana	Saberes previos	Temas	Lección	Eje	Aprendizajes esperados	Página I. Matemática	Recursos web
1	Continúa una serie de elementos a partir de un modelo dado. Identifica de manera gradual la secuencia numérica. Discrimina cantidades de elementos en una colección sencilla. Reafirma el conteo oral y el trazo correspondiente, reconociendo al 0 como un número sin valor. Identifica los números, en forma escrita, en las cosas que lo rodean. Registra información de manera gradual, utilizando estrategias de conteo. Establece comparaciones por medio del conteo y determina en dónde hay más. Identifica que hay diferentes estrategias para resolver un problema. Comprende el valor de los números y define cantidades. Compara resultados y expresa ideas. Muestra, gradualmente, mayor habilidad para resolver problemas numéricos, así como la suma y resta. Agrupa 10 elementos representando una decena.	Evaluación diagnóstica		Sentido numérico y pensamiento algebraico			
2	Discrimina propiedades de los cuerpos geométricos. Traza ángulos acorde a la amplitud e identifica al grado como unidad sexagesimal de medida. Traza ejes de simetría, rectas paralelas, secantes y perpendiculares. Interpreta resultados de área y perímetro de figuras poligonales. Construye polígonos. Registra resultados aleatorios en tablas de frecuencia. Utiliza unidades de medida. Hace conversiones.	Evaluación diagnóstica		Forma, espacio y medida			
3	Divide números de hasta 3 cifras entre un número de 5 cifras.	Resolución de problemas que impliquen sumar o restar fracciones cuyos denominadores son múltiplos uno de otro.	1	Sentido numérico y pensamiento algebraico		12-15	

Semana	Saberes previos	Temas	Lección	Eje	Aprendizajes esperados	Página I. Matemática	Recursos web
4	Divide números de hasta 3 cifras entre un número de 5 cifras.	Anticipación del número de cifras del cociente de una división con números naturales.	2	Sentido numérico y pensamiento algebraico		16-19	
5	Reconoce las propiedades de la operación de la división y establece la relación de sus componenetes: dividendo, divisor, cociente, residuo.	Conocimiento y uso de las relaciones entre los elementos de la división de números naturales.	3	Sentido numérico y pensamiento algebraico		20-22	✔
6	Traza rectas paralelas, rectas secantes o perpendiculares. Traza ángulos utilizando un transportador.	Identificación de rectas paralelas, secantes y perpendiculares en el plano, así como de ángulos rectos, agudos y obtusos.	4	Forma, espacio y medida	Identifica rectas paralelas, perpendiculares y secantes, así como ángulos agudos, rectos y obtusos.	23-27	✔
	Diseña mapas y trayectorias cortas.	Lectura de planos y mapas viales. Interpretación y diseño de trayectorias.	5	Forma, espacio y medida		28-30	✔
7	Identifica unidades de peso y capacidad.	Conocimiento y uso de unidades estándar de capacidad y peso: l, ml, g, kg y t.	6	Forma, espacio y medida		31-33	
8	Utiliza unidades de tiempo (horas, minutos y segundos), para medir el tiempo.	Análisis de las relaciones entre unidades de tiempo.	7	Forma, espacio y medida		34-36	
9	Estima información en la que requiere analizar el uso de multiplicación, división, suma o resta y vaciar información en tablas.	Análisis de procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad del tipo valor faltante.	8	Manejo de la información		37-40	
9		Evaluación		Actitudes hacia el estudio de las matemáticas		41-42	

UNIDAD 2

DOSIFICACIÓN ANUAL

NOVIEMBRE-DICIEMBRE

Aprendizajes esperados

- Resuelve problemas que implican el uso de las características y propiedades de triángulos y cuadriláteros.

Semana	Saberes previos	Temas	Lección	Eje	Aprendizajes esperados	Página I. Matemática	Recursos web
10	Representa fracciones en una recta numérica.	Conocimiento de diversas representaciones de un número fraccionario: con cifras, mediante la recta numérica, con superficies, etc. Análisis de las relaciones entre la fracción y el todo.	1	Sentido numérico y pensamiento algebraico		43-47	✔
11	Escribe fracciones decimales, establece relaciones de orden y aplica en la solución de problemas.	Análisis del significado de la parte decimal en medidas de uso común; por ejemplo, 2.3 metros, 2.3 horas.	2	Sentido numérico y pensamiento algebraico		48-51	
12	Estima cocientes de divisiones con divisiones de una cifra y encontrar el resultado de una división entre potencia de 10.	Resolución de problemas que impliquen una división de números naturales con cociente decimal.	3	Sentido numérico y pensamiento algebraico		52-55	
13	Identifica y grafica triángulos según la medida de sus lados y sus ángulos utilizando regla, escuadra y transportador.	Localización y trazo de las alturas en diferentes triángulos.	4	Forma, espacio y medida	Resuelve problemas que implican el uso de las características y propiedades de triángulos y cuadriláteros.	56-59	

Semana	Saberes previos	Temas	Lección	Eje	Aprendizajes esperados	Página I. Matemática	Recursos web
14	Diseña y elabora redes para construir ciertos polígonos.	Reproducción de figuras usando una cuadrícula en diferentes posiciones como sistema de referencia.	5	Sentido numérico y pensamiento algebraico		60-62	✔
15	Reconoce unidades de área y construye unidades de superficie propios para calcular áreas y regiones.	Construcción y uso de una fórmula para calcular el área de paralelogramos (rombo y romboide).	6	Forma, espacio y medida		63-66	✔
16	Estima información en la que requiere analizar el uso de multiplicación, división, suma o resta y vaciar información en tablas.	Identificación y aplicación del factor constante de proporcionalidad (con números naturales) en casos sencillos.	7	Manejo de la información		67-70	
16		Evaluación		Actitudes hacia el estudio de las matemáticas		71-72	

UNIDAD 3

DOSIFICACIÓN ANUAL

ENERO- FEBRERO

Aprendizajes esperados

- Calcula el perímetro y el área de triángulos y cuadriláteros. Resuelve problemas de valor faltante en los que la razón interna o externa es un número natural.

Semana	Saberes previos	Temas	Lección	Eje	Aprendizajes esperados	Página I. Matemática	Recursos web
17	Compara e identifica fracciones equivalentes.	Comparación de fracciones con distinto denominador, mediante diversos recursos.	1	Sentido numérico y pensamiento algebraico		73-77	✔
18	Resuelve problemas que impliquen decimales utilizando las cuatro operaciones.	Uso del cálculo mental para resolver adiciones y sustracciones con números fraccionarios y decimales.	2	Sentido numérico y pensamiento algebraico		78-80	
19	Aplica propiedades de las operaciones de multiplicación y división correlacionando factor, producto, dividendo, divisor, cociente y residuo.	Análisis de las relaciones entre los términos de la división, en particular, la relación $r = D - (d \times c)$, a través de la obtención del residuo en una división hecha en la calculadora.	3	Sentido numérico y pensamiento algebraico		81-84	
20	Aplica elementos como; medir, trazar para armar una figura geométrica. Medidas, trazo y recortado deben ser exactos.	Construcción de cuerpos geométricos con distintos materiales (incluyendo cono, cilindro y esfera). Análisis de sus características referentes a la forma y al número de caras, vértices y aristas.	4	Forma, espacio y medida		85-87	✔

Semana	Saberes previos	Temas	Lección	Eje	Aprendizajes esperados	Página I. Matemática	Recursos web
21	Describe la ruta de manera gráfica utilizando líneas paralela, rectas y perpendiculares.	Descripción oral o escrita de rutas para ir de un lugar a otro.	5	Forma, espacio y medida		88-90	
	Reconoce las fórmulas de área y perímetro de figuras planas y con volumen.	Construcción y uso de una fórmula para calcular el área del triángulo y el trapecio.	6	Forma, espacio y medida	Calcula el perímetro y el área de triángulos y cuadriláteros.	91-95	
22	Utiliza las unidades cuadradas (m2, dm2, cm2 y lineales (m, cm, dm, mm) y percibe el tamaño.	Identificación de múltiplos y submúltiplos del metro cuadrado y las medidas agrarias.	7	Forma, espacio y medida		96-99	✔
23	Resuelve problemas involucrando operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división).	Análisis de procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad del tipo valor faltante (suma término a término, cálculo de un valor intermedio, aplicación del factor constante).	8	Manejo de la información	Resuelve problemas de valor faltante en los que la razón interna o externa es un número natural.	100-102	
23		Evaluación		Actitudes hacia el estudio de las matemáticas		103-104	

Aprendizajes esperados

- Resuelve problemas que implican sumar o restar números fraccionarios con igual o distinto denominador. Identifica problemas que se pueden resolver con una división y utiliza el algoritmo convencional en los casos en que sea necesario. Describe rutas y ubica lugares utilizando sistemas de referencia convencionales que aparecen en planos o mapas. Resuelve problemas que implican conversiones entre unidades de medida de longitud, capacidad, peso y tiempo. Resuelve problemas que implican leer o representar información en gráficas de barras.

Semana	Saberes previos	Temas	Lección	Eje	Aprendizajes esperados	Página I. Matemática	Recursos web
24	Reconoce el sistema de numeración romano del I al 1000 y la regla en su escritura ejemplo: III, XXX, CCC, etc.	Análisis de las similitudes y diferencias entre el sistema decimal de numeración y algunos sistemas de numeración no posicionales, como el egipcio o el romano.	1	Sentido numérico y pensamiento algebraico		105-109	✔
25	Discrimina visualmente la regularidad de la sucesión y progresión de números fraccionarios.	Identificación de la regularidad en sucesiones con números (incluyendo números fraccionarios) que tengan progresión aritmética, para encontrar términos faltantes o continuar la sucesión.	2	Sentido numérico y pensamiento algebraico		110-112	
26	Resuelve problemas de fracciones comprendiendo la relación entre el todo y sus partes.	Resolución de problemas que impliquen sumas o restas de fracciones comunes con denominadores diferentes.	3	Sentido numérico y pensamiento algebraico	Resuelve problemas que implican sumar o restar números fraccionarios con igual o distinto denominador.	113-115	✔

Semana	Saberes previos	Temas	Lección	Eje	Aprendizajes esperados	Página I. Matemática	Recursos web
27	Realiza y resuelve problemas con división así como de multiplicación.	Análisis de las relaciones entre la multiplicación y la división como operaciones inversas.	4	Forma, espacio y medida.	Identifica problemas que se pueden resolver con una división y utiliza el algoritmo convencional en los casos en que sea necesario.	116-118	
28	Realiza la descripción de lugres, eventos y objetos especificando puntos de referencia.	Interpretación y descripción de la ubicación de objetos en el espacio, especificando dos o más puntos de referencia.	5	Forma, espacio y medida	Describe rutas y ubica lugares utilizando sistemas de referencia convencionales que aparecen en planos o mapas.	119-122	✔
29	Comprende y desarrolla adecuadamente las fórmulas para calcular el perímetro de polígonos.	Construcción y uso de una fórmula para calcular el perímetro de polígonos, ya sea como resultado de la suma de lados o como producto.	6	Forma, espacio y medida	Resuelve problemas que impliquen el uso de fórmulas de áreas de polígonos ya sea como producto o como la suma de sus lados.	123-126	
	Reconoce múltiplos y submúltiplos de unidades de medida.	Resolución de problemas en que sea necesaria la conversión entre los múltiplos y submúltiplos del metro, del litro y del kilogramo.	7	Forma, espacio y medida	Resuelve problemas que implican conversiones entre unidades de medida de longitud, capacidad y peso.	127-130	
30	Analiza información y la interpreta utilizando un esquema de líneas perpendiculares.	Análisis de las convenciones para la construcción de gráficas de barras.	8	Manejo de la información	Resuelve problemas que implican leer o representar información en gráficas de barras.	131-134	
30		Evaluación		Actitudes hacia el estudio de las matemáticas		135-136	

UNIDAD 5

DOSIFICACIÓN ANUAL

MAYO-JUNIO-JULIO

Aprendizajes esperados

- Explica las similitudes y diferencias entre el sistema decimal de numeración y un sistema posicional o no posicional. Usa fracciones para expresar cocientes de divisiones entre dos números naturales. Resuelve problemas que implican identificar la regularidad de sucesiones con progresión aritmética o geométrica. Resuelve problemas que implican multiplicar números decimales por números naturales.

	Saberes previos	Temas	Lección	Eje	Aprendizajes esperados	Página I. Matemática	Recursos web
31	Reconoce el sistema decimal.	Análisis de las similitudes y diferencias entre el sistema decimal de numeración y el sistema maya.	1	Sentido numérico y pensamiento algebraico	Explica las similitudes y diferencias entre el sistema decimal de numeración y un sistema posicional o no posicional.	137-140	
	Resuelve problemas y distingue las clases de fracciones reconociendo que la fracción es la parte de un todo.	Uso de la expresión n/m para representar el cociente de una medida entera.	2	Sentido numérico y pensamiento algebraico	Usa fracciones para expresar cocientes de divisiones entre dos números naturales.	141-144	
32	Establece términos en una progresión geométrica e identifica elementos en una sucesión.	Identificación de la regularidad en sucesiones con números que tengan progresión geométrica, para establecer si un término (cercano) pertenece o no a la sucesión.	3	Sentido numérico y pensamiento algebraico	Resuelve problemas que implican identificar la regularidad de sucesiones con progresión aritmética o geométrica.	145-147	✔
33	Reconoce el sistema decimal.	Resolución de problemas que impliquen multiplicaciones de números decimales por números naturales, con el apoyo de la suma iterada.	4	Sentido numérico y pensamiento algebraico	Resuelve problemas que implican multiplicar números decimales por números naturales.	148-150	

Semana	Saberes previos	Temas	Lección	Eje	Aprendizajes esperados	Página I. Matemática	Recursos web
34	Analiza diferentes propiedades de los cuerpos geométricos	Distinción entre círculo y circunferencia; su definición y diversas formas de trazo. Identificación de algunos elementos importantes como radio, diámetro y centro.	5	Forma, espacio y medida	Involucra recursos de cálculo mental relativos a la suma y resta con números hasta de tres cifras y suma de centenas.	151-153	✔
35	Interpreta mapas de referencia y reconoce el trazo de líneas perpendiculares.	Interpretación de sistemas de referencia distintos a las coordenadas cartesianas.	6	Forma, espacio y medida	Lee mapas de zonas conocidas o desconocidas e interpreta su ubicación.	154-157	
36	Reconoce las operaciones para sacar porcentajes.	Relación del tanto por ciento con la expresión “n de cada 100”. Relación de 50%, 25%, 20%, 10% con las fracciones 1/2, 1/4, 1/5, 1/10, respectivamente.	7	Manejo de la información		158-160	✔
	Realiza problemas en donde determina los datos más frecuentes.	Cálculo de la media (promedio). Análisis de su pertinencia respecto a la moda como dato representativo en situaciones diversas.	8	Manejo de la información	Resuelve problemas que impliquen obtener la moda, la media y mediana a partir de un conjunto de datos	161-164	
36		Evaluación		Actitudes hacia el estudio de las matemáticas		165-168	

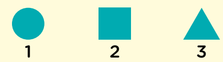
Sugerencias didácticas para el desarrollo de competencias matemáticas

Competencias matemáticas:

- Resolver problemas de manera autónoma.
- Comunicar información matemática.
- Validar procedimientos y resultados.
- Manejar técnicas eficientemente.

Las siguientes actividades son recursos adicionales que puede trabajar en el aula para desarrollar de manera lúdica las competencias matemáticas que establece el programa de la asignatura.

Saberes previos que requiere el alumno	Actividades	Habilidades a desarrollar	Materiales
Sugerencia 1. Prisma hexagonal			
Traza ejes de simetría, rectas paralelas, secantes y perpendiculares.	Solicite a los alumnos que elaboren una caja para galletas en forma hexagonal. Pídales que reporten la elaboración de su hexágono a partir del planteamiento de la fórmula. (Trate de vincular esta actividad con Ciencias Naturales y realice la tabla nutrimental para las galletas).	Mejora las habilidades de representación espacial.	Cartulina, pegamento, regla, 20 galletas (Marías). Tabla nutrimental.
Sugerencia 2. Rompecabezas			
Reconoce y aplica fórmulas de volumen en figuras tridimensionales.	Use un rompecabezas tridimensional formado por 7 piezas. De preferencia, parecido al tangram. Se sugieren figuras tridimensionales tales como cubos, prismas, entre otras, en las que los alumnos puedan utilizar valores reales para encontrar el volumen de una figura.	Mejora las habilidades de representación espacial.	Rompecabezas.
Sugerencia 3. Pirámide de Hanói			
Reconoce procesos lógico matemáticos en los que establece criterios de tiempos y movimientos.	Explique a los alumnos las reglas de juego: Se puede mover un solo disco a la vez y los discos solo pueden ser colocados en una de las estacas vacías o sobre un disco más grande. Pregunta base: ¿Cuántos discos podrían ser trasladados en un tiempo razonable? Ejemplo: ¿Cuánto tiempo y cuantos movimientos tomará trasladar cuatro discos de una estaca a otra?	Favorece el análisis en función del razonamiento estratégico y establece criterios de planeación.	Pirámide de Hanói.

Saberes previos que requiere el alumno	Actividades	Habilidades a desarrollar	Materiales
Sugerencia 4. Bloques lógicos			
Utiliza operaciones básicas; suma, resta división y multiplicación.	Desarrolla la observación, atención, concentración y cálculo.	Tres tamaños: Chico, mediano y grande. Tres figuras: Círculo, cuadrado y triángulo. A cada figura y tamaño se le da un valor. Ejemplo:  El producto será la combinación de estas figuras. Las operaciones serán solo figuras. $3 \times 3 \times 2 \times 3 = 54$	3 bloques lógicos de tamaño chico, mediano y grande. Debe haber un círculo, un cuadrado y un triángulo.
Sugerencia 5. Damas chinas			
Estima resultados con base en las operaciones básicas.	Desarrolla la observación, atención, concentración, cálculo, revisa opciones, comparación y elección. Desarrolla la toma de decisiones.	Utiliza calculo mental. En cada turno el alumno contesta algún calculo mental, ejemplo: $8 + 5\frac{1}{2} + 3 =22$. Pierde el turno si el resultado es incorrecto.	Damas chinas.
Sugerencia 6. Acertijos			
Estima resultados con base en las operaciones básicas.	Mejora la capacidad de observación, análisis, concentración y atención.	Entregue a los alumnos hojas impresas con estos acertijos. 1. Suma con tres cifras exactamente iguales da como resultado 24, pero el 8 no es el único que buscamos. ¿De qué número se trata? R= 22+2=24 2. Si digo uno entre veinte es igual a diecinueve, ¿es posible? R= Si, con números romanos: XX = XIX. 3. Si dos regalos cuestan 110 euros y uno de ellos cuesta 100 euros más que el otro, ¿cuánto vale cada regalo? R= 105 y 5 euros. 4. Un agricultor tiene 3 montones de paja en el prado y 4 montones en el pajar. Si los juntara todos, ¿cuántos montones tendría? R= Uno 5. Qué número tiene el mismo número de letras que el valor que expresa? R= El cinco, porque tiene cinco letras.	Acertijos impresos.

INNOVACIÓN MATEMÁTICA 5

•Autores•

Eduardo Mancera Martínez, Daniel Robles Robles,
Daniel Robles Minquini, Eduardo Basurto Hidalgo

PEARSON

Presentación

QUERIDO ALUMNO:

Innovación matemática es una serie diseñada para acompañarte durante tu educación primaria, con la finalidad de ayudarte a aprender cosas nuevas, interesantes y divertidas sobre las matemáticas y a desarrollar tus habilidades de reflexión y análisis para resolver problemas, validar resultados, comunicar información y manejar técnicas matemáticas.

Para aprender matemáticas es necesario que pongas en juego tu curiosidad y actives tu creatividad, que practiques mucho y reflexiones sobre cómo utilizas las matemáticas en tus actividades diarias.

Aprender matemáticas te será fácil con este libro, ya que plantea situaciones que tienen que ver con lo que vives y a las que te enfrentas todos los días.

En tu libro encontrarás información precisa, actividades y ejercicios que te ayudarán a identificar nuevos procedimientos y estrategias para la resolución de problemas, además de diversos recursos digitales. Conforme resuelvas las lecciones, descubrirás lo que plantea un problema, la relación que existe entre los datos y las diferentes maneras de resolverlo. Este conocimiento te enseñará a tomar mejores decisiones en tu vida cotidiana.

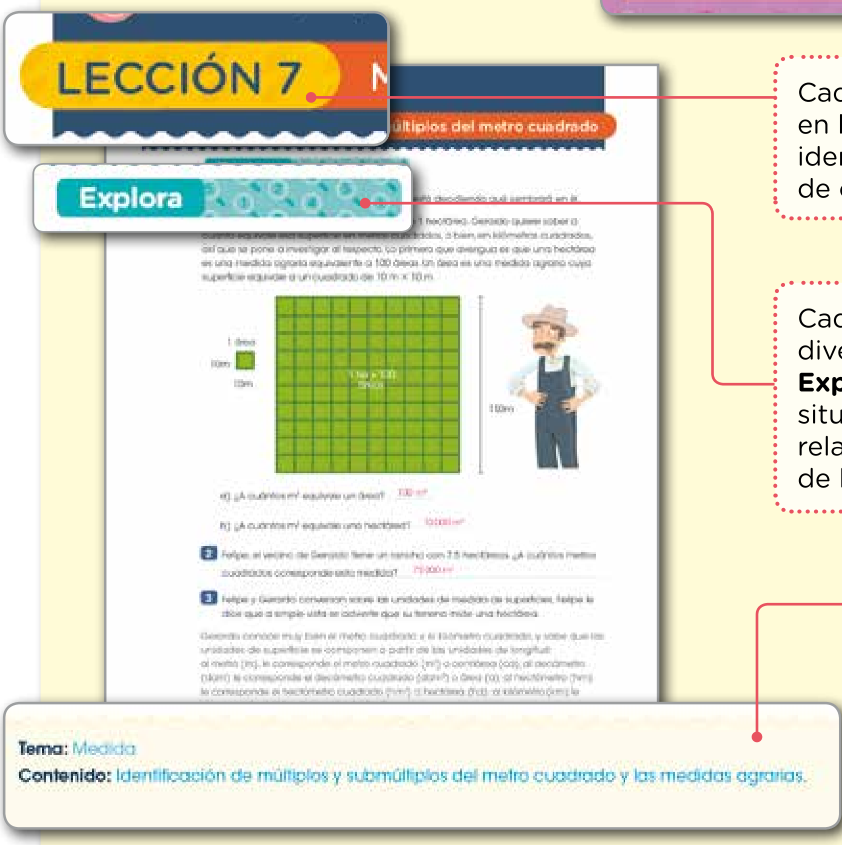
Al trabajar con esta obra aprenderás también a intercambiar tus puntos de vista, a confrontarlos y argumentar tus ideas con las de tus compañeros para que enriquezcas y conozcas otras formas de pensar y de trabajar; esto ampliará tu repertorio de conocimientos y técnicas.

Esperamos que este libro se convierta en tu compañero y guía en el maravilloso campo de las matemáticas.

Conozco mi libro

Tu libro está dividido en 5 unidades. Al inicio encontrarás el número de unidad y las lecciones que la componen.

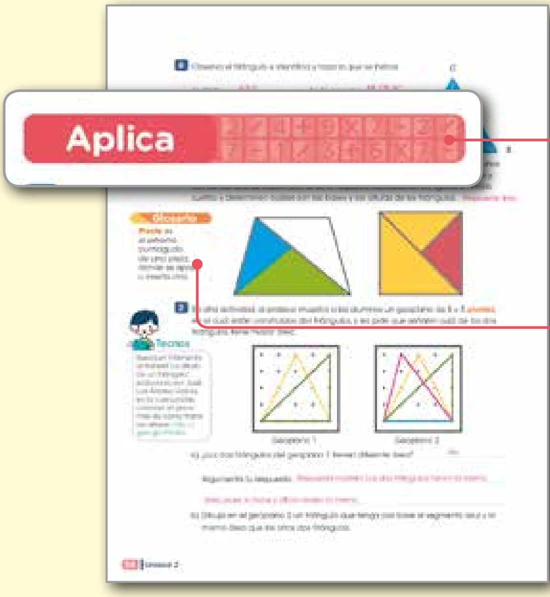
Activa tus competencias. En esta sección encontrarás algunas preguntas para que identifiques lo que sabes antes de iniciar la unidad.



Cada unidad está dividida en lecciones. Al principio identificarás el eje y el título de cada lección.

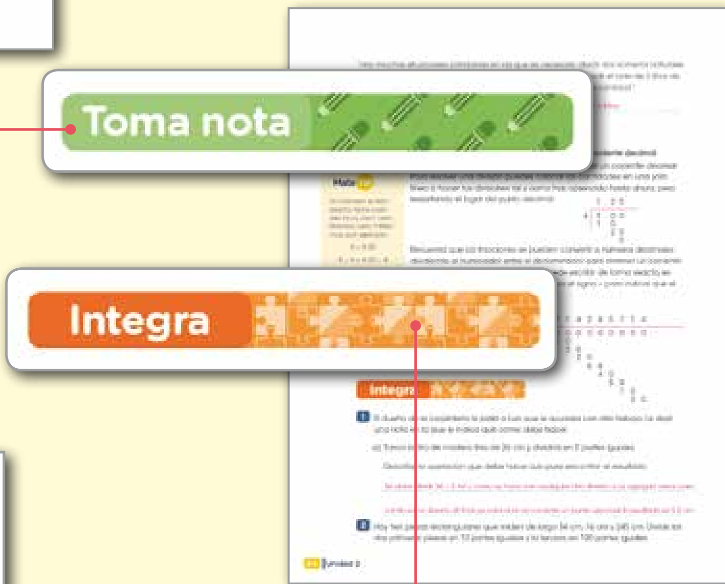
Cada lección incluye diversas secciones. En **Explora** encontrarás una situación problemática relacionada con contextos de la vida real.

En la cornisa encontrarás el tema y el contenido de la lección.



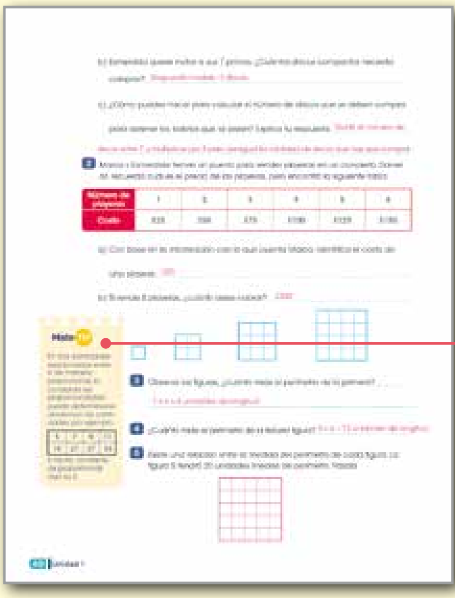
En **Aplica** resolverás actividades para aprender y practicar el tema de la lección. Así desarrollarás nuevas habilidades y conocimientos matemáticos.

El **Glosario** incluye palabras o conceptos que quizá no conoces.

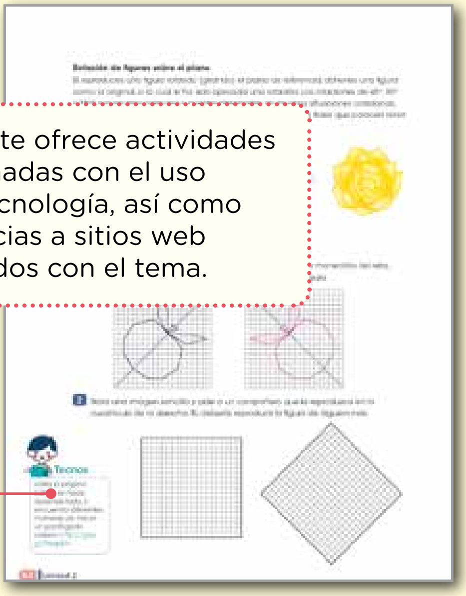


En **Toma nota** encontrarás conceptos que reforzarán tus conocimientos matemáticos.

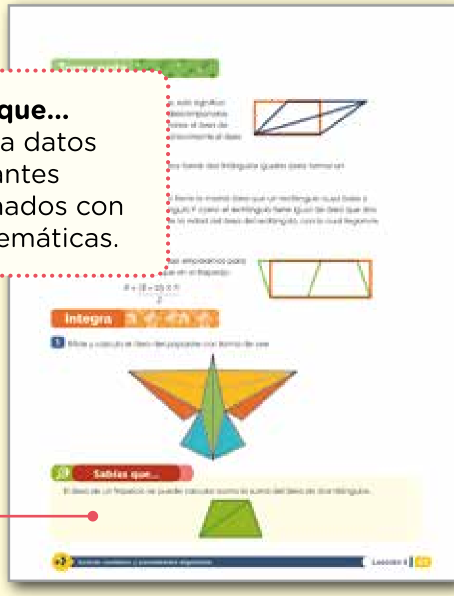
En **Integra** pondrás en práctica las habilidades y los conocimientos desarrollados en Explora, Aplica y Toma nota.



Mate tip te dará estrategias para resolver las actividades.

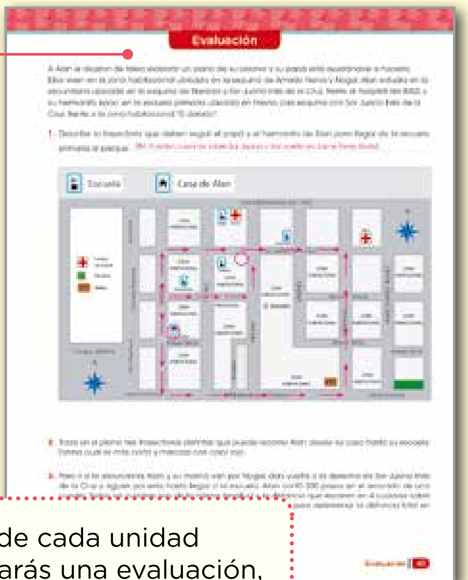


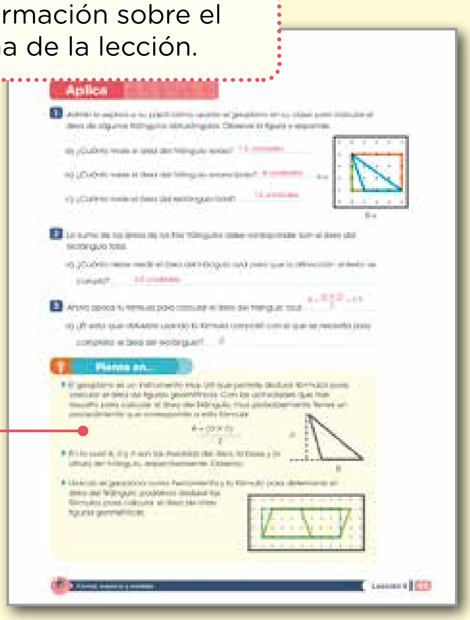
Tecnos te ofrece actividades relacionadas con el uso de la tecnología, así como referencias a sitios web vinculados con el tema.



Sabías que... presenta datos interesantes relacionados con las matemáticas.

Piensa en... es una sección que ofrece más información sobre el tema de la lección.





Al final de cada unidad encontrarás una evaluación, que se resuelve a partir de una situación problemática.

También contarás con diferentes recursos digitales donde pondrás en juego tus conocimientos y habilidades matemáticas.

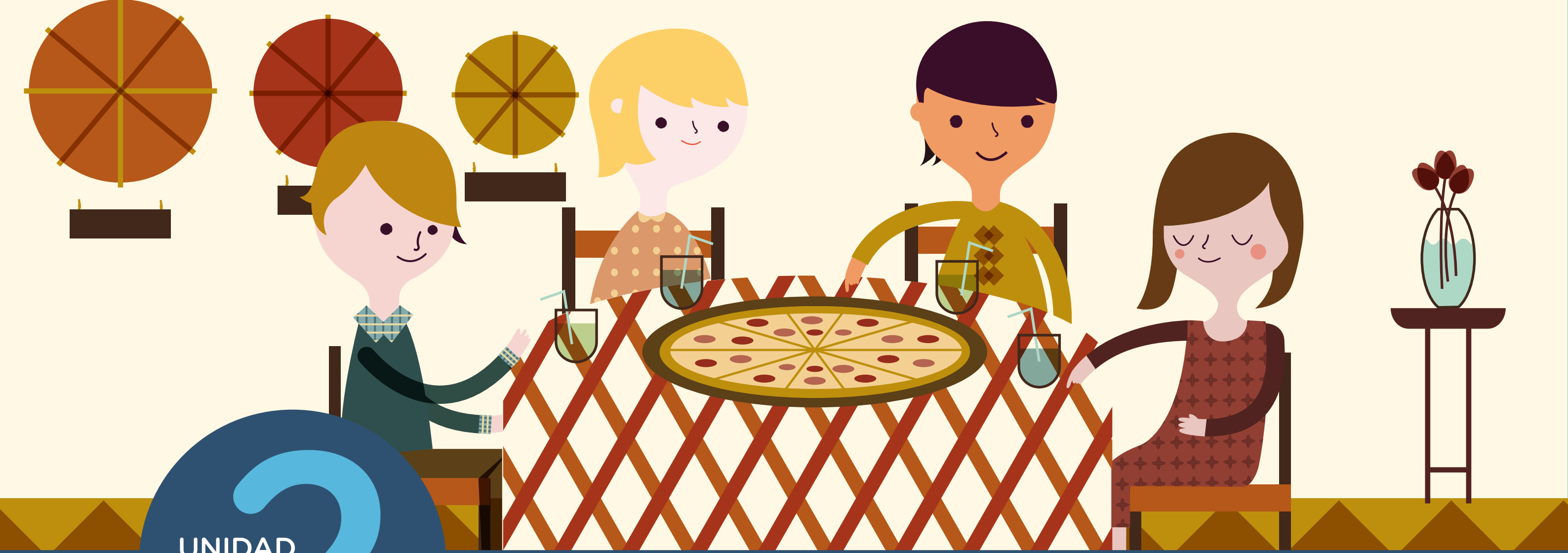
Recursos **WEB**

UNIDAD 1

Competencias que se favorecen: Resolver problemas de manera autónoma • Comunicar información matemática • Validar procedimientos y resultados • Manejar técnicas eficientemente

Aprendizajes esperados

- Identifica rectas paralelas, perpendiculares y secantes, así como ángulos agudos, rectos y obtusos.



UNIDAD 2

Competencias que se favorecen: Resolver problemas de manera autónoma • Comunicar información matemática • Validar procedimientos y resultados • Manejar técnicas eficientemente

Aprendizajes esperados

• Resuelve problemas que implican el uso de las características y propiedades de triángulos y cuadriláteros.

UNIDAD 3

Competencias que se favorecen: Resolver problemas de manera autónoma • Comunicar información matemática • Validar procedimientos y resultados • Manejar técnicas eficientemente

Aprendizajes esperados

- Calcula el perímetro y el área de triángulos y cuadriláteros.
- Resuelve problemas de valor faltante en los que la razón interna o externa es un número natural.

Sentido numérico y pensamiento algebraico

Forma, espacio y medida

Manejo de la información

UNIDAD 4

Competencias que se favorecen: Resolver problemas de manera autónoma • Comunicar información matemática • Validar procedimientos y resultados • Manejar técnicas eficientemente

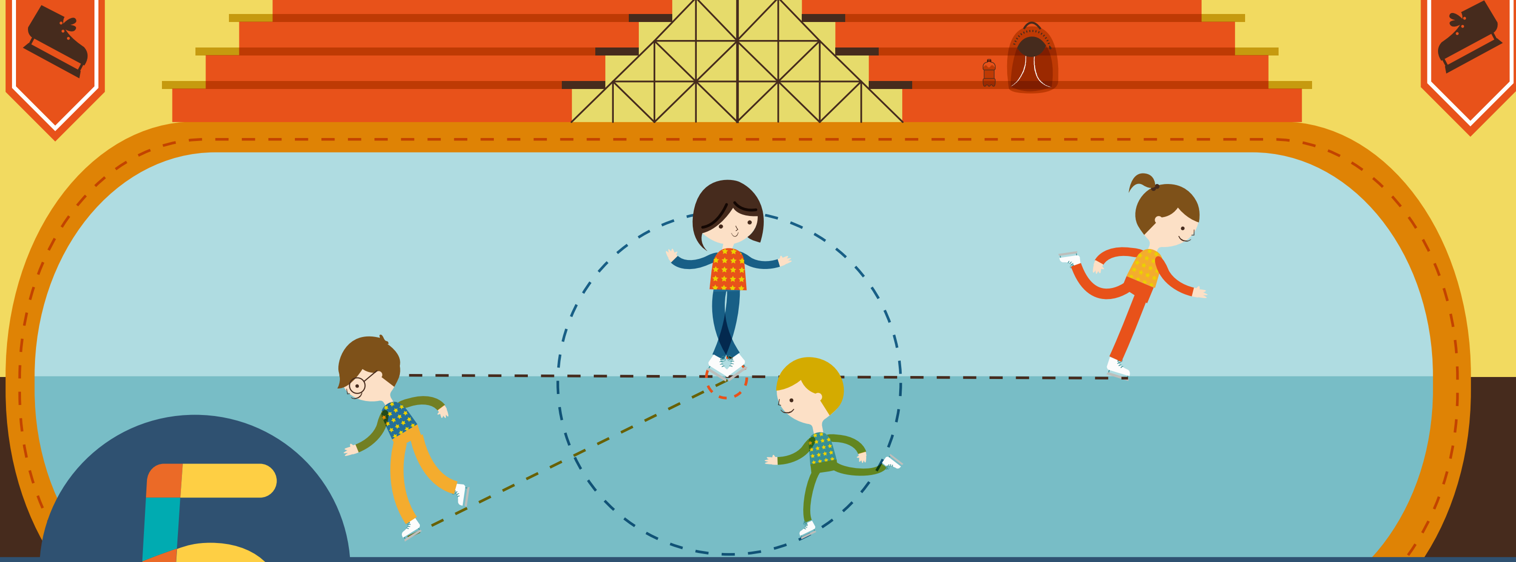
Aprendizajes esperados

- Resuelve problemas que implican sumar o restar números fraccionarios con igual o distinto denominador.
- Identifica problemas que se pueden resolver con una división y utiliza el algoritmo convencional en los casos en que sea necesario.
- Describe rutas y ubica lugares utilizando sistemas de referencia convencionales que aparecen en planos o mapas.
- Resuelve problemas que implican conversiones entre unidades de medida de longitud, capacidad, peso y tiempo.
- Resuelve problemas que implican leer o representar información en gráficas de barras.

Sentido numérico y pensamiento algebraico

Forma, espacio y medida

Manejo de la información



UNIDAD 5

Competencias que se favorecen: Resolver problemas de manera autónoma • Comunicar información matemática • Validar procedimientos y resultados • Manejar técnicas eficientemente

Aprendizajes esperados

- Explica las similitudes y diferencias entre el sistema decimal de numeración y un sistema posicional o no posicional.
- Usa fracciones para expresar cocientes de divisiones entre dos números naturales.
- Resuelve problemas que implican identificar la regularidad de sucesiones con progresión aritmética o geométrica.
- Resuelve problemas que implican multiplicar números decimales por números naturales.

Sentido numérico y pensamiento algebraico

Forma, espacio y medida

Manejo de la información

UNIDAD 1

• ACTIVA TUS COMPETENCIAS •

- ¿Qué tipo de ángulos se forman en la estructura de la báscula donde están pesando a Sabrina, agudos, rectos u obtusos?
- ¿Cuánto tiempo invierte Sabrina si hace $\frac{2}{3}$ de hora en llegar al médico y $\frac{6}{12}$ de hora en la consulta con el médico?
- ¿Cuáles son las dos unidades de medida de los frascos que el doctor tiene en el estante?
- ¿Se aplicarán más o menos de 100 vacunas por colonia, según la información del cartel?

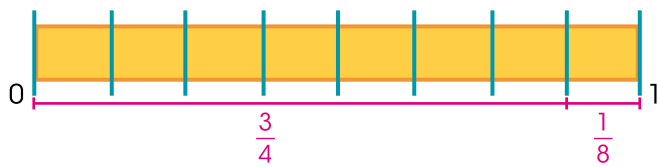
LECCIÓN 1 Sumar y restar fracciones con denominadores múltiplos

Explora

1 Angélica y Patricia trabajan en una tienda en la que venden automóviles a escala y su jefe les encargó que pinten algunas secciones de una autopista a escala sobre la cual se realizará una carrera. El primer día, Angélica pintó $\frac{3}{4}$ del tramo que le tocó, y el segundo día, $\frac{1}{8}$.

a) ¿Angélica pintó todo el tramo que le encargaron? RM: No, le falta $\frac{1}{8}$ para completarlo.

2 En el siguiente esquema, ubica la fracción $\frac{3}{4}$. ¿En cuántas partes debes dividir el esquema para ubicar $\frac{1}{8}$? Márcalas y representa la fracción. Respuesta modelo: En 8.



a) ¿Qué tienen en común los denominadores de las dos fracciones que ubicaste en el esquema? Respuesta modelo: Que uno es múltiplo del otro.

b) Patricia se encarga de pintar otro tramo de la autopista. El primer día pintó $\frac{2}{4}$ y el segundo día $\frac{1}{12}$. En esos dos días, ¿pintó el tramo completo? No

c) ¿Qué fracción pintó? $\frac{7}{12}$

Piensa en...

- Hay diferentes estrategias para sumar fracciones, una de ellas es hallar fracciones equivalentes, de tal manera que ambos sumandos tengan denominadores iguales, por ejemplo:

$$\frac{4}{8} + \frac{1}{4} =$$

$\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$, es decir, un cuarto es igual a dos octavos,

entonces, $\frac{4}{8} + \frac{1}{4} = \frac{4}{8} + \frac{2}{8} = \frac{6}{8}$

Tema: Problemas aditivos

Contenido: Resolución de problemas que impliquen sumar o restar fracciones cuyos denominadores son múltiplos uno de otro

Aplica

1 Al tercer día, su jefe les encarga a Angélica y Patricia que pinten otras partes de la autopista. Angélica toma un bote que contiene $\frac{3}{5}$ de litro de pintura y extrae $\frac{4}{10}$ de litro para llenar un segundo bote. ¿Cuánta pintura le queda al primer bote?

$\frac{6}{10} - \frac{4}{10} = \frac{2}{10}$ de litro

2 El bote de pintura de Patricia contiene $\frac{7}{9}$ de litro, y ella extrae $\frac{2}{3}$ de litro. ¿Cuánta pintura le queda aún en el bote?

$\frac{1}{9}$ de litro

3 Erick y Marisol participan en una competencia de automóviles a escala. En la primera carrera, Marisol recorre $\frac{2}{3}$ del total de la pista y Erick, $\frac{4}{6}$ del total de la pista. Como son equipo, deben sumar las distancias recorridas por ambos. ¿Cuál es su distancia total?

$\frac{2}{3} + \frac{4}{6} = \frac{4}{6} + \frac{4}{6} = \frac{8}{6}$ de la pista

4 En la imagen se muestran las fracciones que de pista que recorrieron Marisol y Erick.

Recorrido de Marisol

Recorrido de Erick

a) ¿Qué tienen en común ambas fracciones? RM: Que son equivalentes.

b) Como equipo, Marisol y Eric recorrieron: $\frac{8}{6}$ de la pista

Toma nota

Suma y resta de fracciones con diferente denominador

Para sumar fracciones con distinto denominador, hay que convertirlas a fracciones equivalentes con igual denominador.

$$\frac{2}{3} \underset{\times 2}{\overset{\times 2}{=}} \frac{4}{6} \qquad \frac{2}{3} \underset{\times 4}{\overset{\times 4}{=}} \frac{8}{12}$$

Dos fracciones son equivalentes si representan la misma parte de la unidad. Por ejemplo, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$, y $\frac{8}{12}$, son fracciones equivalentes. Como puedes ver, la variación entre el numerador y el denominador en fracciones equivalentes es proporcional:

Podemos aplicar esta idea para sumar fracciones.

$$\frac{4}{6} + \frac{5}{12}$$

Observa que el 12 es un múltiplo del 6, por lo tanto, podemos encontrar una fracción equivalente a $\frac{4}{6}$ que tenga denominador 12, multiplicando por 2 el numerador y el denominador de la fracción: $\frac{4}{6} = \frac{8}{12}$

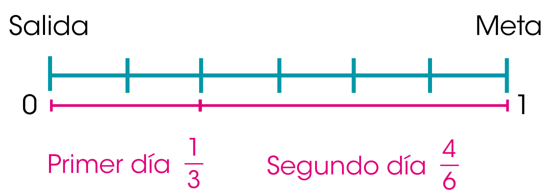
Así, podemos sumar las fracciones:

$$\frac{4}{6} + \frac{5}{12} = \frac{8}{12} + \frac{5}{12} = \frac{13}{12}$$

Integra

1 Miguel participa en una carrera por etapas. El primer día, recorre $\frac{1}{3}$ de la ruta y segundo, $\frac{4}{6}$. La siguiente recta numérica representa la ruta completa. Ubica en ella las fracciones que recorrió Miguel cada día.

a)



a) ¿Qué fracción de la pista recorrió Miguel en total? RM: Un entero, toda la pista.

2 En la siguiente tabla se presentan los recorridos de los participantes en la carrera de coches a escala. Revísala y responde.

a) Considerando que el objetivo de la competencia era ver quién lograba recorrer más distancia, ¿quién es el ganador? RM: Marisol

b) ¿Quién quedó en último lugar? RM: Roberto

c) ¿Quiénes lograron dar más de una vuelta a la pista? RM: Federico y Marisol

d) ¿Quién quedó en segundo lugar? RM: Verónica

Participante	Recorrido	Distancia total recorrida
Marisol	$\frac{6}{12} + \frac{4}{3}$	$\frac{22}{12}$
Verónica	$\frac{3}{5} + \frac{3}{10}$	$\frac{9}{10}$
Roberto	$\frac{4}{16} + \frac{8}{32}$	$\frac{16}{32}$
Federico	$\frac{5}{8} + \frac{3}{4}$	$\frac{11}{8}$

LECCIÓN 2 Buscar el cociente de una división

Explora

José, el papá de Érika, distribuye productos a diferentes negocios. Debe repartir 9786 paquetes en 42 tlapalerías, entregando cantidades iguales, y se pregunta cuántos deberá dejar en cada una. Érika le dice que es fácil anticipar que el número de paquetes que entregará por tlapalería tiene 3 cifras.

1 ¿Puedes anticipar cuántas cifras tendrá el cociente de 9786 ÷ 42? Completa la tabla.

$42 \times 1 = 42$

$42 \times 10 = 420$

$42 \times 100 =$ 4 200

$42 \times 1000 =$ 42 000

Érika le explica a su papá que esas multiplicaciones permiten ver que el cociente será de tres cifras porque 1000 es el primer número de 4 cifras y $42 \times 1\,000 = 42\,000$. Es más grande que la cantidad por dividir, mientras que $42 \times 100 = 4\,200$ es insuficiente aún.

2 Calcula mentalmente cuántos dígitos tendrá el cociente de las siguientes divisiones. Por ejemplo, para 321 ÷ 3, el cociente tiene tres dígitos porque $3 \times 100 = 300$ y esto se acerca más a 321, que 3×10 o que $3 \times 1\,000$.

a) El cociente de 108 ÷ 12 tiene 1 dígito.

b) El cociente de 555 ÷ 5 tiene 3 dígitos.

c) El cociente de 975 ÷ 15 tiene 2 dígitos.

d) El cociente de 1528 ÷ 2 tiene 3 dígitos.

Tema: Problemas multiplicativos
Contenido: Anticipación del número de cifras del cociente de una división con números naturales.

e) El cociente de 450 ÷ 10 tiene 2 dígitos.

f) El cociente de 1 840 ÷ 16 tiene 3 dígitos.

g) El cociente de 8 625 ÷ 15 tiene 3 dígitos.

3 ¿Qué procedimiento utilizaste?

Respuesta libre.

Aplica

1 Resuelve los siguientes problemas usando solo cálculo mental.

a) En una granja hay 140 gallinas y cada una consume 300 gramos de alimento por semana. ¿Qué cantidad de alimento consumen todas las gallinas en una semana?

42 000 gramos.

b) En el grupo de Juan venderán 600 boletos para una rifa. Los boletos se repartirán equitativamente entre los 30 estudiantes del grupo. ¿Cuántos boletos para vender le tocarán a cada uno?

20 boletos.

c) Un auditorio tiene capacidad para 105 000 espectadores. En un concierto, se llenó la tercera parte. ¿Asistieron cientos, miles, decenas de miles o centenas de miles de espectadores?

Decenas de miles.

Toma nota

Al hacer cálculos mentalmente, no se trata de replicar en la mente las operaciones comunes, sino de usar técnicas propias y espontáneas. Algunos procedimientos de cálculo mental que se emplean con frecuencia son:

Descomposición:
En una suma, como 35 + 47, podemos descomponer 35 en 30 + 5 y 47 en 40 + 7.

Si primero sumamos 30 + 40 = 70 y, después, 5 + 7 = 12 el resultado final se obtendría sumando 70 + 12 = 82.

Redondeo más compensación:
Por ejemplo, 99 × 21, redondeamos 99 a 100, de tal manera que 100 × 21 = 2 100, después, compensamos restando 2100 – 21 = 2 079

Integra

1 Érika continúa ayudándole a su papá. Ahora José necesita preparar un pedido de 3 495 artículos, para distribuirlos en 15 negocios, en cantidades iguales. Aproximadamente, ¿cuántos artículos deberá entregar en cada negocio?

Elige la respuesta correcta y argumenta.

a) decenas de artículos b) centenas de artículos c) miles de artículos

El inciso correcto es b porque RM: El cociente es de 3 cifras.

2 Érika practica cálculo mental con algunas cantidades. Si divide una cantidad entre un múltiplo de 10 (100, 1 000, 10 000, etc.), por ejemplo, 5 820 / 100, el resultado es:

58.2

a) ¿Cuántos lugares se ha recorrido el punto decimal en el cociente?

Dos lugares a la izquierda.

b) José tiene 5 820 piezas de cobre y debe distribuirlas en cajas con 582 piezas. ¿Cuántas cajas necesita? 10 cajas.

3 En el siguiente pedido hay 4 000 piezas por entregar, pero se enviarán primero los pedidos de tres compañías; a la primera se le mandará una quinta parte del total de piezas; a la segunda, una octava parte y a la tercera, la mitad. ¿José deberá enviar decenas, cientos o miles de piezas para cada compañía?

a) Primera compañía: RM: Cientos de cajas.

b) Segunda compañía: RM: Cientos de cajas.

c) Tercera compañía: Respuesta modelo: Miles de cajas.

4 José debe repartir 1 104 paquetes entre 24 oficinas, en cantidades iguales. ¿Cuántos paquetes deberá entregar en cada oficina?

a) Describe un procedimiento para anticipar cuántas cifras tendrá el cociente.

Respuesta libre.

5 Elabora una tabla que ayude a resolver el problema anterior.

24 × 1 = 24

24 × 10 = 240

24 × 100 = 2 400

a) Escribe el número de cifras del cociente. Argumenta tu respuesta.

Respuesta libre.

Tecnos

Comprueba con tu calculadora estos pasos.

1. En el primer pedido, José debe resolver la división 9 786 ÷ 42.
Para encontrar el cociente, busca un número que tenga una sola cifra distinta de cero y que multiplicado por 42 se acerque lo más posible a 9 786, sin pasarse.

Es el 200, porque 200 × 42 = 8 400.

Ahora sabemos que 200 es parte del cociente. A 9 786 le restamos 8 400, y nos quedan 1 386, para seguir dividiendo entre 42.

2. Volvemos a anticipar las cifras, de atrás hacia adelante.

Buscamos un número que tenga una sola cifra distinta de cero y que multiplicado por 42 se acerque lo más posible a 1 386, sin pasarse.

Es el 30, porque 30 × 42 = 1260.

Sabemos que parte del cociente es 200 + 30.
A 1 386, le restamos 1260, y nos quedan 126 para seguir dividiendo entre 42.

42 × 3 = 126.

Por lo tanto, el cociente será 200 + 30 + 3 = 233

Comprobamos resultado: 233 × 42 = 9 786

LECCIÓN 3 Conocer y usar los elementos de la división

Explora

Lee el texto y contesta las preguntas.

Susana y su hija Gabriela tienen un negocio que elabora mermeladas en presentación individual. El restaurante Sabores del mundo les hizo un pedido de 6 000 frascos.

1 Gabriela propone que empaqueten los productos en cajas con 50 frascos cada una. ¿Cuántas cajas necesitarán? 120 cajas.

2 Susana piensa que lo más conveniente es distribuir los 6 000 productos en cajas con 120 frascos cada una. ¿Cuántas cajas necesitarían en ese caso? 50 cajas.

3 La cafetería Delicias solicitó 6 120 frascos de mermelada empacados en 120 cajas. ¿Cuántos frascos deberán poner en cada caja? 51 frascos.

4 Para el pedido de la cafetería Esencias, Susana y Gabriela deben colocar 5 950 frascos en 50 cajas. ¿Cuántos frascos tendrá cada caja? 119 frascos.

5 La cafetería Delicias ha solicitado que en cada envío subsecuente aumenten 120 frascos de mermelada al pedido. ¿Qué pasará con la cantidad de frascos que se colocan en cada caja? Completa la tabla.

Número de pedido	Cantidad de botellas	Número de botellas por caja
1°	6 120	51
2°	6 240	52
3°	6 360	53
4°	6 480	54

6 Si el número de frascos en el pedido disminuye en 120, ¿los frascos que se ponen en cada caja aumentarán o disminuirán? RM: Disminuirán.

Toma nota

La **división** es la operación inversa de la multiplicación y la empleamos para hacer repartos. Consiste en saber cuántas veces cabe un número llamado *divisor* en otro número, llamado *dividendo.* El resultado de la operación es el *cociente.*

Tema: Problemas multiplicativos
Contenido: Conocimiento y uso de las relaciones entre los elementos de la división de números naturales.

Hay dos tipos de divisiones: en las *exactas* el cociente es un número entero y el residuo es cero; en las *inexactas* no existe ningún número natural que multiplicado por el divisor dé como resultado el dividendo, por eso, el residuo es diferente de cero, y menor que el divisor.

Aplica

Resuelve los siguientes problemas.

Gabriela necesita preparar algunos pedidos, cada uno de 4000 frascos, pero el encargado del almacén salió y solo dejó esta nota:

Para el pedido A, cada caja contendrá el mismo número de frascos y sobrarán 10.

Para el pedido B, cada caja contendrá el mismo número de frascos y sobrarán 4.

Para el pedido C, todas las cajas contendrán el mismo número de botellas y no sobrará ninguna.

1 Ayuda a Gabriela a identificar el número de cajas que el encargado ha destinado. Toma en cuenta que a cada caja le caben entre 30 y 36 frascos.

a) Pedido A: 4 000 frascos repartidos en 133 cajas, y sobran 10 botellas.

b) Pedido B: 4 000 frascos repartidos en 111 cajas, y sobran 4 botellas.

c) Pedido C: 4 000 frascos repartidos en 125 cajas y no sobran frascos.

2 Susana compró 4 pares de zapatos del mismo precio y modelo, pero de distinto color. Pagó $1 350, y le dieron $2 de cambio. ¿Cuál es el precio de cada par de zapatos? RM: El precio es de $337 el par.

3 Paco y Luis juntaron 353 canicas para regalarlas a los 15 niños de su cuadra. Acordaron darle a cada niño la misma cantidad de canicas, considerando que es la máxima que les pueden repartir. ¿Cuántas canicas le entregaron a cada niño? ¿Cuántos sobrarán?

RM: A cada niño le dieron 23 canicas y les sobraron 8.

Integra

1 Indica el cociente y el residuo de las divisiones.

a) 781 ÷ 9 = 86 y sobran 7 **b)** 2 485 ÷ 12 = 207 y sobran 1

c) 7 894 ÷ 3 = 2631 y sobran 1 **d)** 8 541 ÷ 27 = 316 y sobran 9

2 ¿Qué operación u operaciones harías para comprobar que las divisiones anteriores son correctas? RM: Multiplicar el dividendo por el cociente y agregar el residuo.

3 Gabriela tiene 23 chocolates y quiere repartirlos entre 5 amigos, de tal forma que a cada uno le toque la misma cantidad. Si le sobran 3, ¿cuántos chocolates le dio a cada amigo? 4 chocolates.

a) Si le sobran 5 chocolates después de dar 3 a cada amigo, ¿a cuántos amigos les repartió? A 6 amigos.

b) Si repartió 2 chocolates a cada amigo y le sobraron 7, ¿a cuántos amigos les repartió? A 8 amigos.

Sabías que...

Los antiguos egipcios consideraban la división como una operación recíproca de la multiplicación, es decir, como una multiplicación en la que se desconoce uno de los factores.

23	1
46	2
92	4
184	8
368	16

Para resolver divisiones, empleaban un método que consistía en multiplicar las cantidades. Por ejemplo, para resolver 391÷ 23, se coloca a la izquierda el divisor y a la derecha el número 1, y se duplica el valor de cada uno varias veces. Luego, en la columna de la izquierda se busca la combinación de elementos cuya suma es igual al valor del divisor, en este caso, 391 puede expresarse como 368 + 23. En la columna de la derecha, se ubican las repeticiones de esos números y se suman: 16 + 1 = 17; ese es el resultado buscado.

Tecnos

Utiliza tu calculadora para hacer los cálculos y responde las preguntas.

1. 587 ÷ 6 = 97.8. Cociente en enteros 97. Residuo 5.

2. ¿Cómo calculaste el residuo con la calculadora? RM: Multipliqué 97 × 6 = 582, y resté 587 − 582 = 5 Resté 587 − 582 = 5.

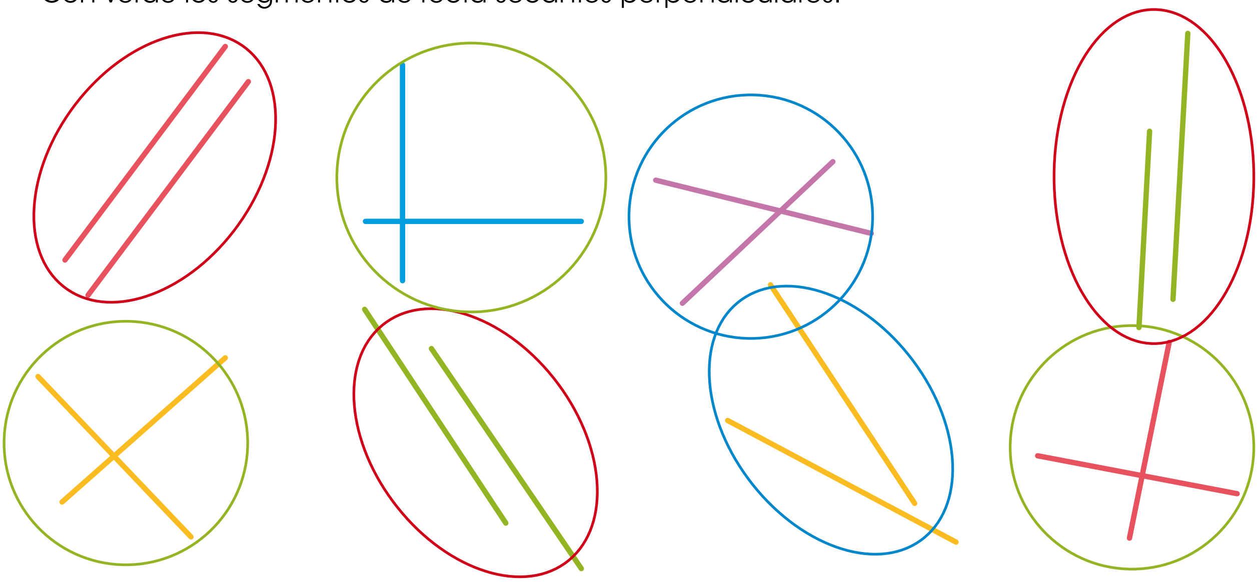
3. ¿El procedimiento que empleaste se puede usar para todas las divisiones? RM: Sí

Argumenta tu respuesta. Es una manera de comprobar que el resultado o cociente sea correcto.

LECCIÓN 4 Rectas y ángulos

Explora

1 Observa los pares de segmentos de recta y enciérralos con color como se indica:
Con rojo los segmentos de recta paralelos.
Con azul los segmentos de recta secantes.
Con verde los segmentos de recta secantes perpendiculares.



2 Escribe en la línea si el enunciado es verdadero es falso.

a) Todos los segmentos de recta que se cortan son perpendiculares. Falso

b) Los segmentos de recta que al prolongarse se cortarán formando un ángulo de 90°, son perpendiculares. Verdadero

c) Si se prolongan los segmentos de recta paralelos, nunca se cruzarán. Verdadero

d) Dos segmentos son paralelos si no se cortan. Falso

3 A partir de lo que observaste en las actividades anteriores, escribe con tus palabras una definición de cada tipo de pares de segmentos.

a) Segmentos paralelos: RM: Dos segmentos son paralelos si nunca se cortan aunque se prolonguen sin límite.

Tema: Figuras y cuerpos
Contenido: Identificación de rectas paralelas, secantes y perpendiculares en el plano, así como de ángulos rectos, agudos y obtusos.

b) Segmentos perpendiculares:

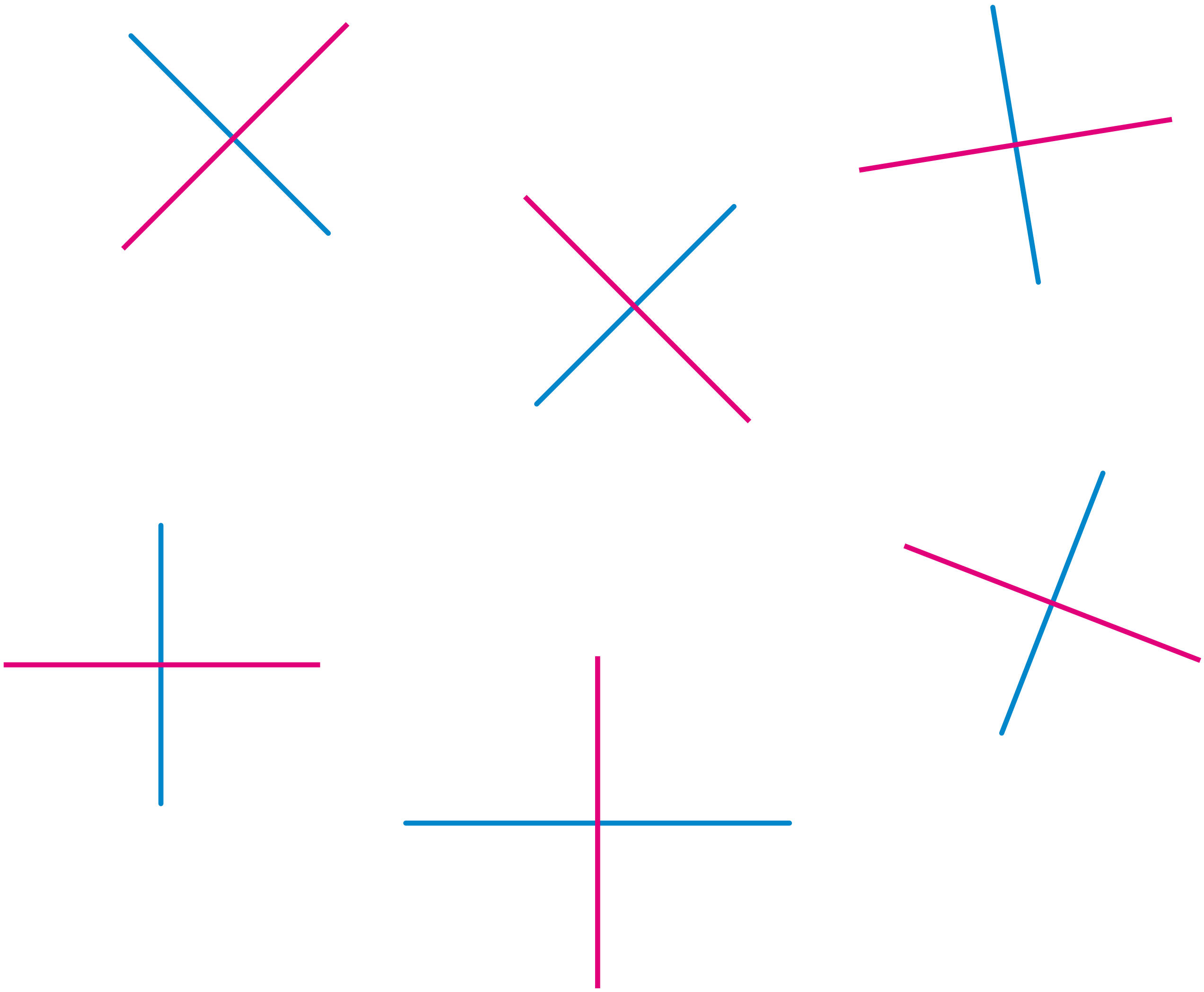
RM: Son los segmentos que al prolongarse lo suficiente, se cortan formando ángulos de 90°.

c) Segmentos secantes:

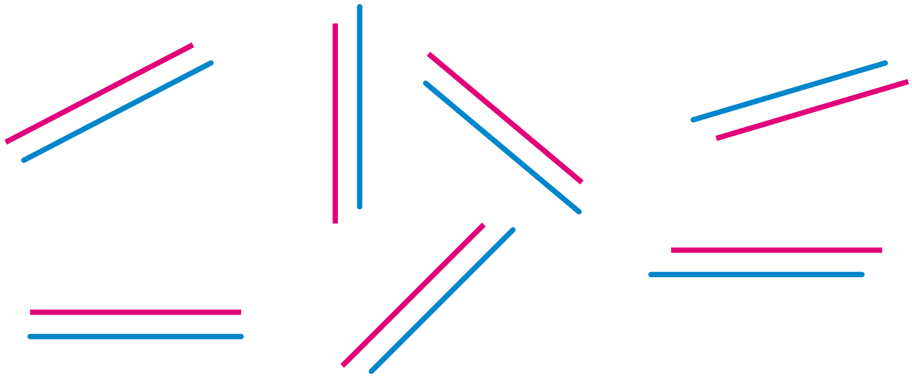
RM: Dos segmentos son secantes si se cortan entre sí.

Aplica

1 Traza una perpendicular para cada una de las siguientes rectas.



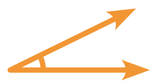
2 Traza una paralela para cada uno de los siguientes segmentos de recta.



Toma nota

Un **ángulo** es la abertura que forman dos rectas que se cruzan en un punto. También se puede entender un ángulo como el giro que hace una recta respecto de otra. El punto de intersección entre las rectas se llama vértice. Los ángulos se clasifican en rectos, llanos, agudos u obtusos.

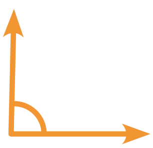
El ángulo agudo mide menos de 90°.



El ángulo obtuso mide más de 90° y menos de 180°.

El ángulo llano mide 180°.

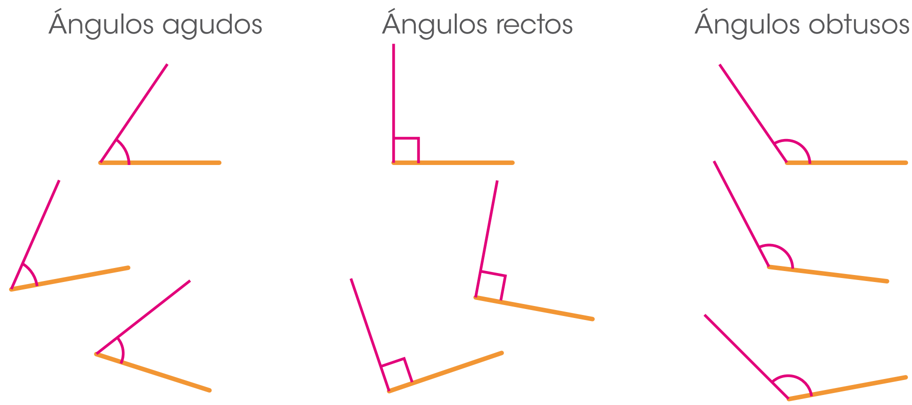
El ángulo recto mide 90°.



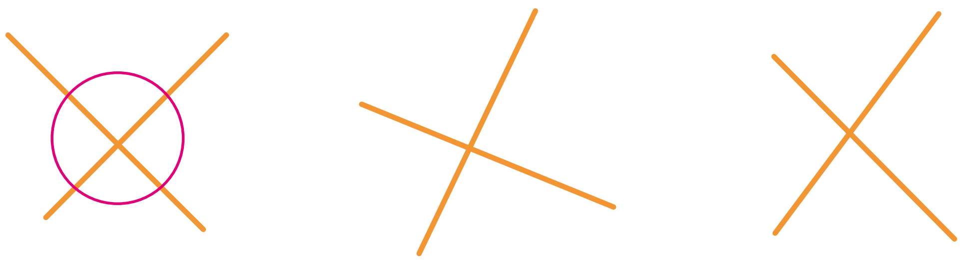
Integra

1 Traza los ángulos que se solicita en cada caso; ten en cuenta los siguientes criterios:

- La medida de los ángulos agudos y obtusos puede variar.
- Haz los trazos sobre las semirrectas para formar los ángulos señalados.
- En cada caso hay diversos trazos que son correctos, por lo que las respuestas entre tus compañeros pueden variar.



2 Observa las siguientes rectas. Solo una de las parejas forma un ángulo de 90 grados al cruzarse. A simple vista, no es evidente qué rectas son perpendiculares. Usa tu transportador para determinar cuál es y enciérrala en un círculo.



3 Observa el mapa de la colonia Villa Fontana, contesta las preguntas y haz lo que se indica.

a) ¿Qué tipo de ángulo forman las calles Versalles y Venecia? Obtuso.

b) ¿Qué tipo de ángulo forman las calles De Asturias y Villa fontana? RM: Recto.
¿Y las calles Liverpool y Montecarlo? Agudo

4 Escribe dos ejemplos de calles que formen un ángulo menor a 90°.

a) Ejemplo 1 RM: Casablanca y De Nápoles.

b) Ejemplo 2 RM: De Viena y Del Cairo.

5 Escribe si las siguientes calles son paralelas, secantes o secantes perpendiculares.

a) De Asturias y De Escocia RM: Paralelas.

b) Villa Fontana y Venecia RM: Secantes.

c) De Asturias y Luxemburgo RM: Perpendiculares.

d) Liverpool y Versalles RM: Secantes.

e) Versalles y De Niza RM: Paralelas.

6 Si se prolongaran las calles de Liverpool y Venecia, ¿se tocarían en algún punto?

No

a) ¿Cómo puedes asegurarte que se trata o no de rectas perpendiculares?

RM: Usaría una escuadra o un transportador.

b) ¿Qué estrategia seguirías, si no contaras con un transportador?

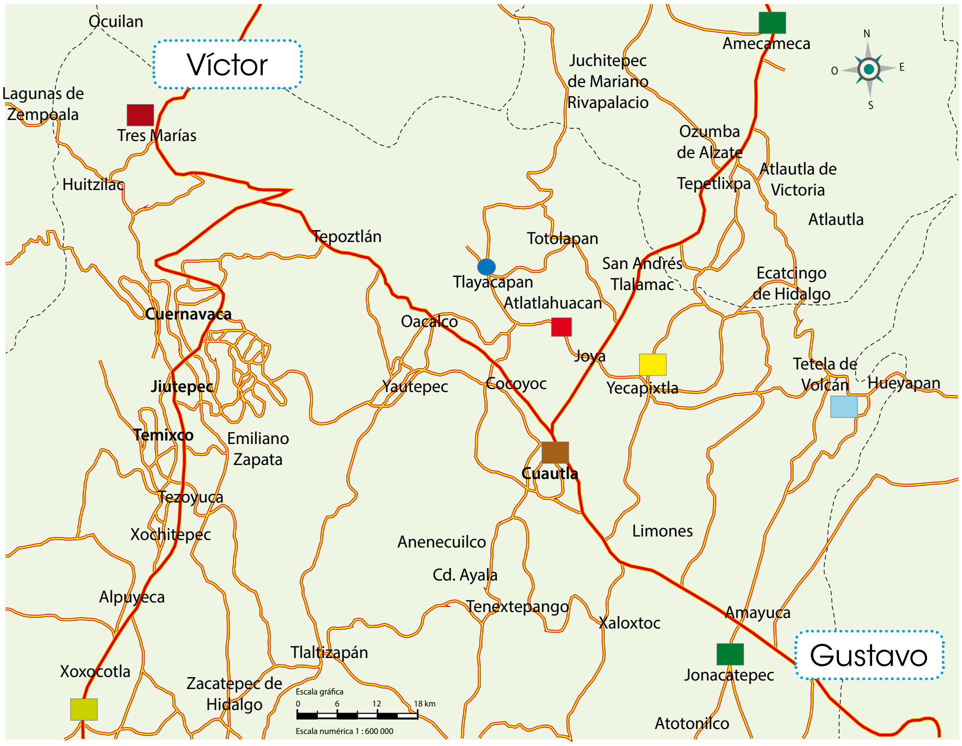
Respuesta modelo: Usaría una escuadra, la esquina de un cuaderno, una tarjeta o cualquier otro objeto que tenga un ángulo de 90°.

Tecnos

¿Te gusta el arte? Descubre cómo se utilizan las rectas en el arte en la página: Elena Montoya, "Trazados geométricos", en ¡Menudo arte!, España. Disponible en http://goo.gl/C0tuqm

LECCIÓN 5 Leer, interpretar y diseñar planos y mapas

Explora



1 Observa el mapa.

Víctor y Gustavo viajaron al estado de Morelos. Gustavo llegó a Jonacatepec y Víctor, a Tres Marías; acordaron reunirse en Ozumba de Alzate, un punto entre Amecameca y Tepetlixpa. Describe qué dirección debe tomar cada uno para llegar al punto de reunión.

a) Víctor: RM: Ir hacia el sureste hasta llegar a Cuautla, y de ahí hacia el noreste, hacia Amecameca.

b) Gustavo: RM: Ir hacia el suroeste hasta Cuautla y de ahí hacia el noreste, hacia Ozumba.

2 Describe la ruta que cada uno debe seguir para llegar a Amecameca, incluyendo las poblaciones por las que cada uno pasará, según el mapa.

a) Víctor: RM: Tepoztlán, Oacalco, Cocoyoc, Cuautla, Joya, San Andrés Tlalamac, Tepetlixpa y Ozumba.

b) Gustavo: RM: Amayuca, Cuautla, Joya, San Andrés Tlalamac, Tepetlixpa y Ozumba.

Tema: Ubicación espacial

Contenido: Lectura de planos y mapas viales. Interpretación y diseño de trayectorias.

Aplica

1 Víctor está en Ozumba y quiere ir a los conventos coloniales siguiendo La ruta del volcán, para ello, necesita visitar Tetela del Volcán, Yecapixtla y Tlayacapan. Organiza la ruta más corta y haz un croquis en tu cuaderno que le permita seguir La ruta del volcán. Utiliza el mapa de la sección anterior.

2 Partiendo de Ozumba, ¿qué ruta debe tomar Gustavo para llegar a Xoxocotla? Describe la ruta en la cual pase por el menor número de pueblos.

RM: Viajar al Suroeste hasta Cuautla, luego al Noroeste hacia Tres Marías, pasando Tepoztlán, desviarse al suroeste, pasar Cuernavaca y seguir la carretera hasta Xoxocotla.

3 Víctor y Sofía acordaron reunirse en La Joya. Ella está en Cuautla y Víctor, en Tres Marías. Considerando que Víctor toma la carretera que pasa por Cuernavaca, ¿en qué otro pueblo podrían encontrarse antes de La Joya?

RM: En Cocoyoc o Yautepec.

4 Traza sobre el mapa 2 rutas diferentes para ir de Amecameca hasta Jiutepec y descríbelas.

Ruta 1: Respuesta libre.

Ruta 2: Respuesta libre.

Toma nota

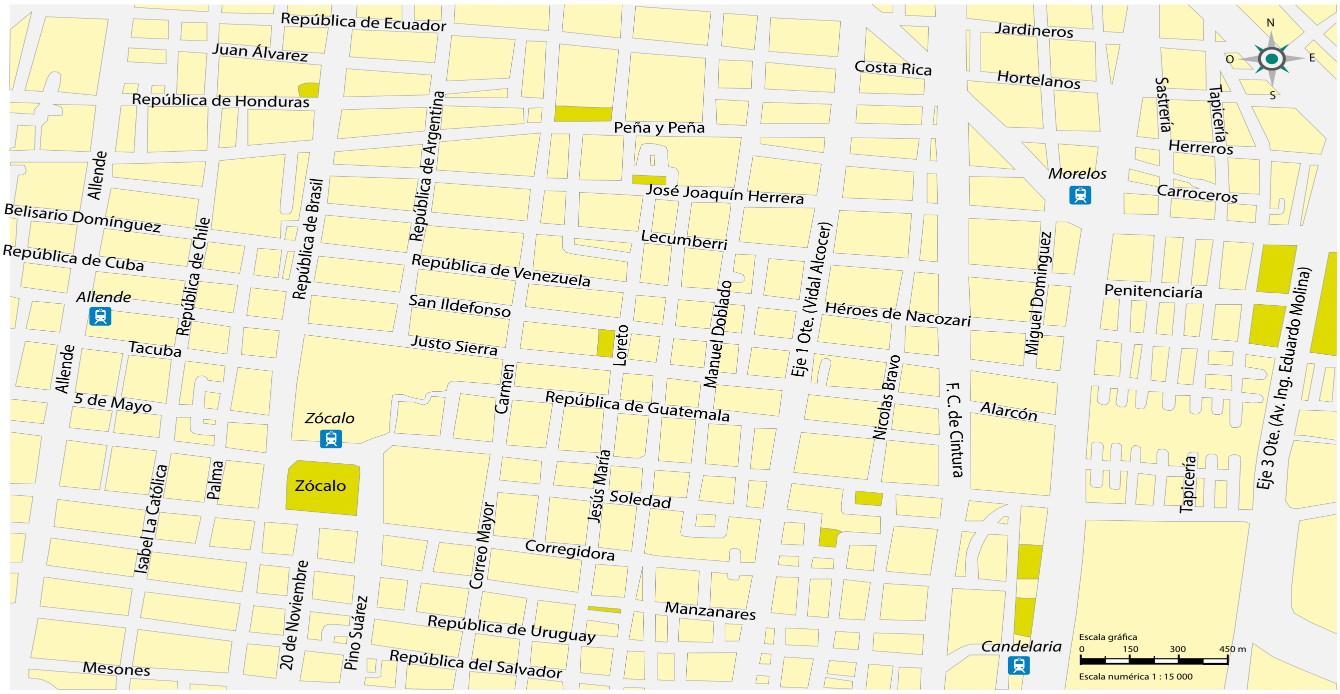
Medición de distancias

La representación gráfica y métrica de una porción de terreno es un mapa; por lo general, estos se trazan sobre una superficie bidimensional, pero también pueden elaborarse en esferas, como los globos terráqueos.

Los **puntos cardinales** son Norte, Sur, Este (donde sale el Sol) y Oeste (donde se oculta); son las cuatro direcciones derivadas del movimiento de rotación de la Tierra y conforman un sistema de referencia para representar la orientación en un mapa o en la superficie terrestre. Como puedes observar, gracias a los puntos cardinales y a los mapas, podemos tener referencias para ubicarnos en cualquier lugar.

Integra

Observa el mapa y contesta las preguntas.



1 Gustavo se encuentra en el metro Morelos y va a su oficina que está entre las calles de Soledad y Jesús María. ¿Qué ruta le conviene seguir? RM: Debe caminar sobre la calle José Joaquín hacia el Oeste hasta Jesús María y sobre ésta dirigirse al Sur hasta la calle Soledad.

2 Contesta lo siguiente con base en la información del mapa anterior.

a) ¿Cuántas estaciones del metro (señaladas con un recuadro azul), se aprecian en el mapa? RM: 4 estaciones.

b) ¿Cuántas avenidas principales se presentan en el mapa? RM: 10 avenidas.

3 Gustavo está en la esquina de República de Honduras y República de Chile y camina hacia el Este; en la primera avenida principal que encuentra, avanza hacia el Sur varias cuadras. ¿Llegará al Palacio Nacional? ¿Qué sitio puede tomar como referencia? RM: Sí, tomando como referencia el Zócalo.

4 Escribe las instrucciones para dirigir a Gustavo hasta el Palacio Nacional y que desde ahí pueda llegar al parque Guadalupe Victoria. Respuesta libre.

LECCIÓN 6 Conocer y usar unidades de capacidad y peso

Explora

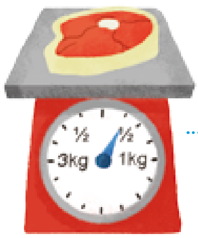
1 Sonia y Ximena tienen una empresa de servicio de banquetes. Para una fiesta, necesitarán gran cantidad de tortillas; cuando Sonia habla para verificar que la comida llegue, le informan que en el pedido incluye 57 kg de tortillas. Sonia se sorprende, pues recuerda que no pidió esa cantidad, sino que solicitó que las tortillas llegaran en paquetes de 57 000 g. ¿Qué es más común, comprar tortillas solicitando la cantidad en gramos o en kilogramos? RM: Comprar por kilogramos.

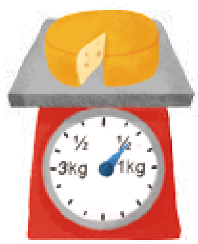
2 En las cuatro primeras mesas se colocaron 0.75 kg de tortilla; en una de ellas, los comensales las consumieron en su totalidad. ¿Cuántos gramos de tortillas comieron? 3 000 g

3 ¿A cuántos kilogramos equivale una tonelada de tortillas? 1 000 kg

4 Ayuda a Ximena y Sonia a escribir el peso en gramos, según lo que marca cada báscula.

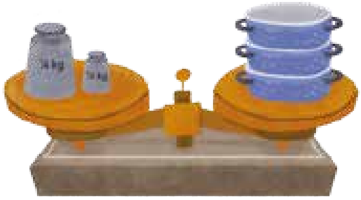

750 g

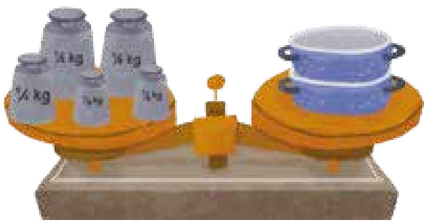

250 g

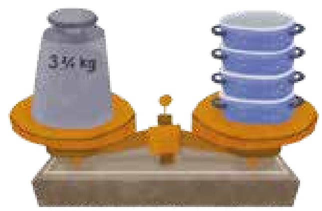

500 g

Aplica

Los ingredientes que Sonia solicitó llegan en cantidades diferentes de las que pidió, por lo que Ximena necesita repartirlos en el número de recipientes que se indican.


250 g


750 g cada una


875 g

Tema: Medida
Contenido: Conocimiento y uso de unidades estándar de capacidad y peso: el litro, el mililitro, el gramo, el kilogramo y la tonelada.

1 Escribe el peso en gramos que debe tener cada olla para equilibrar las balanzas.

Cada olla pesa $\frac{7}{8}$ kg pues $\frac{7}{8} + \frac{7}{8} + \frac{7}{8} + \frac{7}{8} = \frac{28}{8} = \frac{34}{8} = \frac{32}{4}$

2 Escribe otras posibilidades que tiene Ximena para equilibrar.

Respuesta libre.

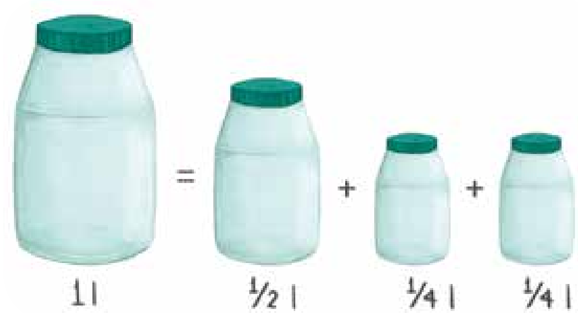
3 Las botellas de jugo tienen diferente capacidad según la mesa a la que están destinadas: para mesas de adultos son de litro y medio, para las de jóvenes, de un litro, para las de niños, de la mitad de la capacidad de la botella para jóvenes y para los invitados especiales, la mitad de la capacidad de la botella para niños.

a) ¿De qué medida es la botella de los invitados especiales? De $\frac{1}{4}$ de litro

b) ¿Cuántas botellas de $\frac{1}{2}$ litro se llenarían con el contenido de una botella de adulto?

3 botellas de $\frac{1}{2}$ l

4 Sonia debe dividir el concentrado del agua. Ayúdale a repartirlo según las condiciones señaladas.



5 ¿A cuántos hectolitros equivalen 328 litros? 3.28

6 ¿A cuántos litros equivalen 328 hectolitros? 32 800

7 Ximena se pregunta cuál es la capacidad de la fuente que está en el salón de eventos. Uno de los empleados le dice que a la fuente le caben 9.5 m^3. ¿Cuántos litros de agua se necesitarán para llenarla? 9 500 litros

Glosario

Abreviaturas:

litro = l

gramo = g

tonelada = t

Prefijos:

k = kilo = mil

h = hecto = cien

da = deca = diez

d = deci = décimo

c = centi = centésimo

m = mili = milésimo

Toma Nota

La unidad principal de las medidas de **masa** es el **gramo (g)**. Se define como la milésima parte del kilogramo y es la unidad de masa del Sistema Internacional de Unidades.

= 1000 g

= 500 g

= 250 g

= 125 g

Los múltiplos y submúltiplos del gramo son:

kg	hg	dag	g	dg	cg	mg

Múltiplos Submúltiplos

1 t = 1 000 kg 1 kg = 1 000 g 1 g = 1 000 mg

Medidas de capacidad

El litro (l) es una unidad de medida de capacidad.

Los múltiplos y submúltiplos del litro son:

kl	hl	dal	l	dl	cl	ml

Múltiplos Submúltiplos

1 litro = 10 decilitros	1 litro = 100 centilitros	1 litro = 1 000 mililitros

Integra

1 Ayuda a Ximena a convertir a los múltiplos o submúltiplos que se solicitan.

a) 13 kg de carne a 13 000 g

b) 67 g de palomitas a 0.67 cg

c) 8 000 g de pescado a 8 kg

d) 69 kg a 6.9 hg

e) 4 t de hierro a 4 000 kg

f) 64 000 kg de cemento 64 t

LECCIÓN 7 Unidades de tiempo

Explora

1 Pedro y Luis eran grandes amigos en los primeros años de primaria, pero al terminar el segundo grado, Luis y su familia se fueron a vivir a otro estado. Los amigos se reencontraron ahora que han iniciado el sexto grado.

a) ¿Realmente crees que haya pasado un siglo desde que Pedro y Luis dejaron de verse? ¿A qué se refiere al decir "un siglo"?

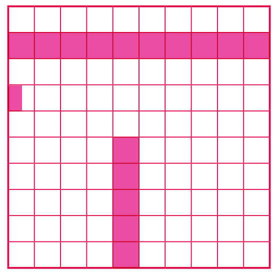
RM: No. Se refiere a que ha pasado mucho tiempo.

b) Luis se fue cuando terminó el segundo grado de primaria y regresó ahora que ha concluido el quinto grado. ¿Cuántos años han pasado? (Considera que Luis no reprobó ningún grado.) 3 años.

c) ¿Conoces alguna persona que haya vivido un siglo? Respuesta libre.

d) ¿A cuántos años equivale un siglo? 100 años.

Aplica



1 La siguiente cuadrícula representa un siglo.

a) De acuerdo con la cuadrícula, ¿cuánto tiempo representa cada cuadro? 1 año.

b) ¿Cuántos años equivalen a una década? Colorea con gris los recuadros correspondientes. 10 años.

c) ¿Cuántos años equivalen a un lustro? Colorea con morado los recuadros correspondientes. 5 años.

d) Representa un semestre, coloreando con rosa la sección correspondiente.

Tema: Medida
Contenido: Análisis de las relaciones entre unidades de tiempo.

e) ¿Cuántas cuadrículas se necesitarían para representar un milenio?

RM: 10 cuadrículas.

Toma nota

Las unidades con las que se mide el tiempo histórico son:

- 1 milenio = 1 000 años.
- 1 siglo = 100 años.
- 1 década = 10 años.
- 1 lustro = 5 años.

Integra

1 Lee la información y completa las oraciones.

Karla cumplió quince años y los festejará el próximo fin de semana.

a) Karla cumplió ...1... década y un ...lustro... de vida.

b) Karla tiene ...3... lustros de vida.

c) Karla ha vivido ...780... semanas.

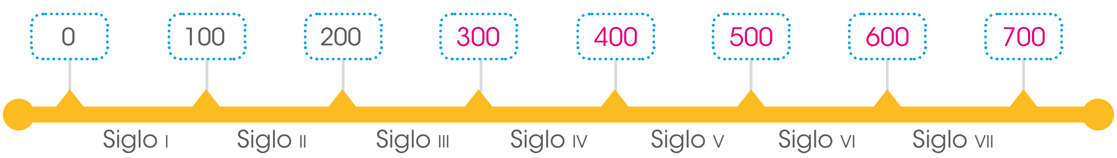
d) ¿Qué es un año bisiesto?

RM: Es aquel en el que febrero tiene 29 días y esto sucede cada cuatro años.

Sabías que...

Generalmente, los siglos se escriben con números romanos.

2 En la siguiente línea de tiempo están representados siete siglos. Escribe en el rectángulo los años en que se inicia y termina cada siglo.



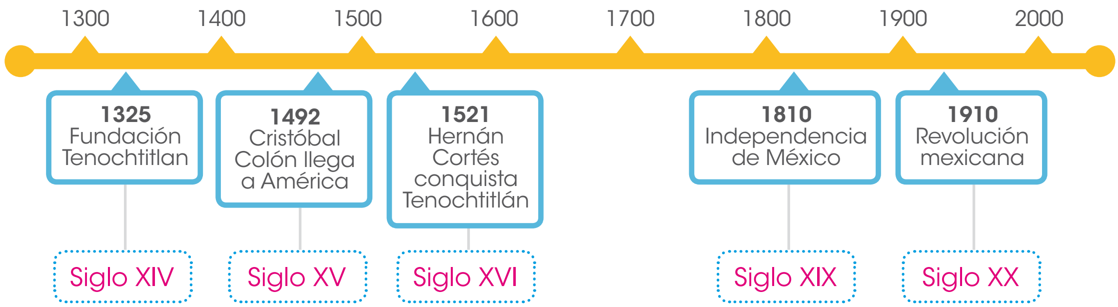
a) Los primeros molinos de viento se construyeron en Persia a partir del año 600. ¿A qué siglo corresponde ese año? Respuesta modelo: Al siglo VII.

b) ¿De qué año a qué año comprende el siglo X? RM: Del año 900 al año 1 000.

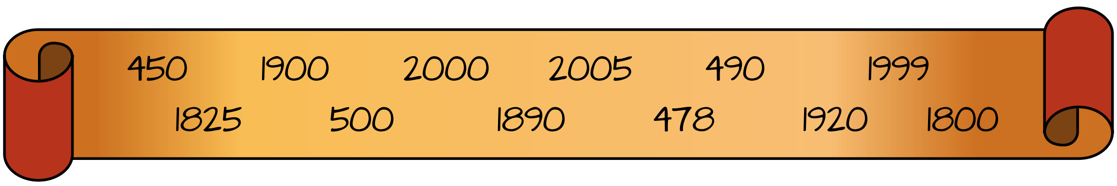
c) Comenta con un compañero a qué siglo corresponde el año 1520 y escribe tu respuesta. Respuesta modelo: Al siglo XVI.

d) La Segunda Guerra Mundial se inició el 1 de agosto de 1914. ¿A qué siglo corresponde esta fecha? Respuesta modelo: Al siglo XX.

3 En la siguiente línea de tiempo se presentan acontecimientos importantes de la historia de México. Ubica el siglo en que ocurrió cada uno y anótalo en los recuadros.



4 Clasifica las fechas del pergamino y ubícalas en el siglo al que corresponden.



SIGLO V	**SIGLO XVIII**	**SIGLO XIX**
450, 490, 478, 500	1800	1825, 1890, 1900

SIGLO XX	**SIGLO XXI**
1920, 1999, 2000	2005

Completa la frase escribiendo las palabras del recuadro que corresponden.

milenios **siglos** **décadas** **lustro**

2535 años se componen de 2 milenios, 5 siglos, 3 décadas y 1 lustro.

5 Contesta las preguntas.

a) ¿Cuántas décadas has vivido? Respuesta libre.

b) ¿Qué siglo transcurre actualmente? Respuesta libre.

LECCIÓN 8 Procedimientos para solucionar problemas de proporcionalidad

Explora

Esmeralda y Marco visitaron una tienda para comprar algunos discos. Al ver los precios, Marco le dijo a Esmeralda que todo estaba al doble de precio que el año pasado.

Tipo de música	Electrónica	Pop en español	Pop en inglés	Banda	Indie	Techno
Costo actual	$96	$78	$62	$86	$54	$95

1 Según la afirmación de Marco, ¿cuál era el precio de cada disco hace un año?

Tipo de música	Electrónica	Pop en español	Pop en inglés	Banda	Indie	Techno
Costo hace un año	$ 48	$ 39	$ 31	$ 43	$ 27	$ 47.5

2 Marco le dice a Esmeralda que el año pasado esa música no estaba de moda, pues los géneros musicales más populares eran los siguientes:

Tipo de música	New Age	Hard Rock	Punk	Salsa	Baladas	Duranguense
Costo hace un año	$35	$28	$17	$45	$75	$18
Costo actual	$70	$56	$43	$90	$150	$36

3 ¿Hay algún procedimiento que te sirve para calcular todos los costos actuales?

RM: Para la primera tabla, dividir los precios entre 2. Para la segunda, multiplicar por 2.

Aplica

1 Marco estimó el precio que tendrán los discos en el próximo año.

Tipo de música	Techno	Electrónica	Balada	Salsa	Techno
Costo actual	$95	$96	$75	$45	$62
Costo que tendrá en un año	$285	$288	$225	$135	$186

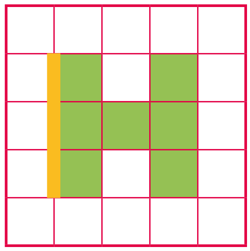
Tema: Proporcionalidad y funciones

Contenido: Análisis de procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad del tipo valor faltante (dobles, triples, valor unitario).

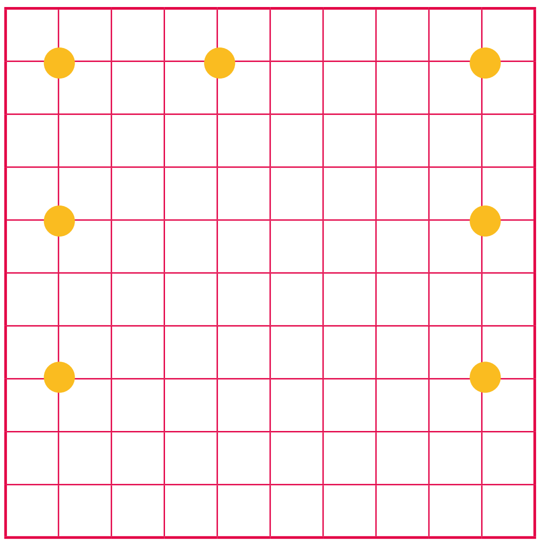
a) ¿Cuál es la relación entre el precio actual de los discos y el que Marco estima que tendrán dentro de un año?

RM: Es el triple.

2 Cuando Marco y Esmeralda llegan a casa, se encuentran con su primo Daniel, quien trabaja en una empresa de mercadotecnia. Daniel les cuenta que debe reproducir la portada de un disco compacto de los Héroes del Ruido para hacer un póster promocional. Observa su boceto: la línea de color amarillo que mide 3 cm, en el póster deberá medir 6 cm.



Daniel le comenta a Marco y Esmeralda que tiene problemas para reproducir la portada, pero no sabe por qué, pues está agregando a todos los lados 3 cm, para que los lados que miden 3 cm queden en 6 cm.



a) Dibuja la figura como lo plantea Daniel.

b) ¿Qué pasa con el diseño? RM: Se hace más grande.

c) Describe si, en el dibujo que hiciste, la figura original se deformó.

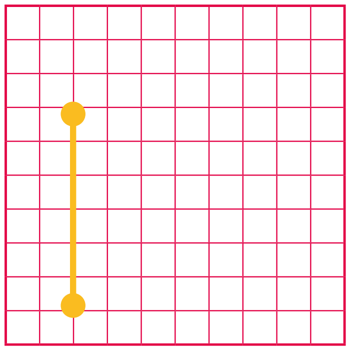
RM: Se hace más pequeña o más grande, pero no pierde su forma original.

3 ¿Qué procedimiento y operaciones debe hacer Daniel para solucionar el problema del póster? Justifica y describe tu estrategia de solución.

Haz tu trazo en la siguiente cuadrícula.

Medida original: 3 Medida del póster: 6

a) ¿Qué operación hiciste? Multipliqué por 2.



Toma nota

Dos cantidades son directamente proporcionales si, al aumentar una, la otra aumenta en la misma proporción. Entre dos magnitudes directamente proporcionales existe una **constante de proporcionalidad**, que se obtiene verificando si el cociente de las cantidades siempre es constante.

Una aplicación de las razones en la vida cotidiana se encuentra en lo que conocemos como escala, la cual es la razón entre la longitud de lados comunes en alguna figura geométrica.

Integra

Luego de resolver el problema del diseño, Marco, Esmeralda y Daniel fueron a otra tienda de discos para verificar que la promoción del grupo los Héroes del Ruido estuviera vigente. Al llegar, vieron un cartel con la siguiente información:

Te invitamos al concierto:
por cada 3 discos compactos que compres,
de cualquier género, te regalaremos 7 boletos
para el concierto de los Héroes del Ruido.

1 Responde.

a) ¿Cuántos discos compactos necesitaría comprar Marco para que le dieran boletos para 21 personas? Respuesta modelo: 9 discos.

b) Esmeralda quiere invitar a sus 7 primos. ¿Cuántos discos compactos necesita comprar? Respuesta modelo: 3 discos.

c) ¿Cómo puedes hacer para calcular el número de discos que se deben comprar para obtener los boletos que se piden? Explica tu respuesta. Dividir el número de discos entre 7, y multiplicar por 3 para averiguar la cantidad de discos que hay que comprar.

2 Marco y Esmeralda tienen un puesto para vender playeras en un concierto. Daniel no recuerda cuál es el precio de las playeras, pero encontró la siguiente tabla.

Número de playeras	1	2	3	4	5	6
Costo	$25	$50	$75	$100	$125	$150

a) Con base en la información con la que cuenta Marco, identifica el costo de una playera. $25

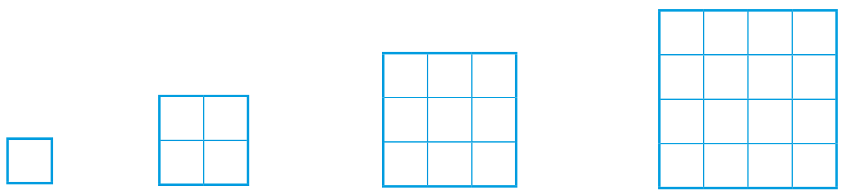
b) Si vende 8 playeras, ¿cuánto debe cobrar? $200

Mate TIP

En dos cantidades relacionadas entre sí de manera proporcional, la constante de proporcionalidad puede determinarse dividiendo las cantidades, por ejemplo.

5	7	9	11
15	21	27	33

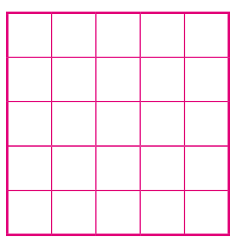
El factor constante de proporcionalidad es 3.



3 Observa las figuras, ¿cuánto mide el perímetro de la primera? 1 x 4 = 4 unidades de longitud.

4 ¿Cuánto mide el perímetro de la tercera figura? 3 x 4 = 12 unidades de longitud.

5 Existe una relación entre la medida del perímetro de cada figura. La figura 5 tendrá 20 unidades lineales de perímetro. Trázala.



A Alan le dejaron de tarea elaborar un plano de su colonia y su papá está ayudándole a hacerlo. Ellos viven en la zona habitacional ubicada en la esquina de Amado Nervo y Nogal. Alan estudia en la secundaria ubicada en la esquina de Naranjo y Sor Juana Inés de la Cruz, frente al hospital del IMSS, y su hermanito Isaac, en la escuela primaria ubicada en Fresno, casi esquina con Sor Juana Inés de la Cruz, frente a la zona habitacional "El dorado".

1. Describe la trayectoria que deben seguir el papá y el hermanito de Alan para llegar de la escuela primaria al parque. RM: Pueden caminar sobre Sor Juana y dar vuelta en Jaime Torres Bodet.

2. Traza en el plano tres trayectorias distintas que puede recorrer Alan desde su casa hasta su escuela. Estima cuál es más corta y márcala con color rojo.

3. Para ir a la secundaria, Alan y su mamá van por Nogal, dan vuelta a la derecha en Sor Juana Inés de la Cruz y siguen por esta hasta llegar a la escuela. Alan contó 200 pasos en el recorrido de una cuadra. Todas las cuadras son de la misma longitud y la distancia que recorren en 4 cuadras sobre Sor Juana Inés de la Cruz es de 500 metros. Completa la tabla para determinar la distancia total en las 6 cuadras que componen el recorrido.

Cuadras	1	2	3	4	5	6
Distancia recorrida	125	250	375	500	625	750

4. La distancia que Alan y su mamá recorren sobre Sor Juana Inés de la Cruz es $\frac{1}{2}$ kilómetro y la distancia recorrida sobre Nogal es $\frac{1}{4}$ de kilómetro. Calcula qué fracción de kilómetro recorren para llegar a la escuela. $\frac{3}{4}$

5. Alan descubrió que su colonia cumplió 18 lustros desde su fundación. ¿A cuántas décadas equivale este tiempo? 9 décadas.

6. En el recorrido de ida y vuelta a la secundaria, la mamá de Alan invierte 225 minutos en total, en los 5 días de la semana. Para saber cuántos minutos invierte en un solo día, debe resolver la división $225 \div 5$. Determina cuántas cifras tendrá el cociente. 2 cifras, pues se tarda 45 minutos.

7. Identifica en el plano las calles y marca con una ✔ las afirmaciones que sean correctas.

a) La calle Cedro es perpendicular a Fresno.

b) La calle Cedro es paralela a Fresno. ✔

c) La calle Fresno es perpendicular a la avenida Ribera de San Cosme. ✔

d) La calle Sabino es perpendicular a Naranjo.

e) La avenida José Antonio Alzate es paralela a la avenida Ribera de San Cosme. ✔

f) La calle de Sabino es perpendicular a Amado Nervo. ✔

8. Analiza el icono que representa la secundaria de Alan y coloca las etiquetas para indicar los ángulos correspondientes.

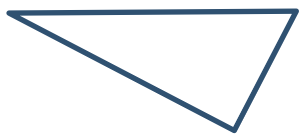
A Ángulo recto

B Ángulo agudo

C Ángulo obtuso

Agudo

Agudo



Recto

Reactivo	Lección	Contenido	Acción	Complejidad
1	5	Lectura de planos y mapas viales. Interpretación y diseño de trayectorias.	Localiza, identifica	Baja
2	5		Traza, describe, estima	Baja
3	8	Análisis de procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad del tipo valor faltante (dobles, triples, valor unitario).	Calcula	Media
4	1	Resolución de problemas que impliquen sumar o restar fracciones cuyos denominadores son múltiplos uno de otro.	Calcula	Media
5	7	Análisis de las relaciones entre unidades de tiempo.	Calcula, generaliza	Media
6	3	Búsqueda del cociente de una división.	Calcula	Baja
7	4	Identificar rectas paralelas, perpendiculares y secantes	Identifica	Baja
8	4	Identificar ángulos agudos, rectos y obtusos.	Identifica	Baja

UNIDAD 2

• ACTIVA TUS COMPETENCIAS •

- ¿Qué punto corresponde a 2/4 en la recta que está en la pantalla de la computadora?
- ¿Cuánto le cuesta la hora a Irma por usar la computadora, si en 5 días paga $74?
- ¿De qué color es la línea que marca la altura del mouse pad?
- ¿Qué pasa con la cantidad de dinero si aumenta la cantidad de libros?

LECCIÓN 1 Representar un número fraccionario con cifras y en la recta numérica

Explora

Analiza las situaciones y contesta.

Para festejar el triunfo del equipo, el entrenador comprará *pizzas* y las repartirá de manera que a cada quien le toque la misma porción. Tiene tres opciones para elegir:

Primera opción: 8 *pizzas* entre los 11 jugadores titulares, 4 jugadores de reserva y el entrenador.
Segunda opción: 15 *pizzas* entre los 11 jugadores titulares, 4 jugadores de reserva y el entrenador.
Tercera opción: 16 *pizzas* entre los 11 jugadores titulares, 4 jugadores de reserva y el entrenador.

1 ¿En qué opción le toca menos de una *pizza* a cada persona? En la primera opción.

Explica tu respuesta. Respuesta modelo: Porque se repartirán 8 *pizzas* entre 16 personas, así que a cada una le toca media *pizza*.

2 En la segunda opción, ¿a cada persona le toca más o menos de una *pizza*?

Le toca una *pizza*. Explica tu respuesta. Porque 15/15 = 1

3 ¿Qué cantidad de *pizza* le toca a cada persona en la tercera opción?

Un poco más de una *pizza* completa. Explica tu respuesta. RM: Las 16 *pizzas* se repartirán entre 16 personas, por lo tanto, a cada quien le tocará una completa y parte de otra.

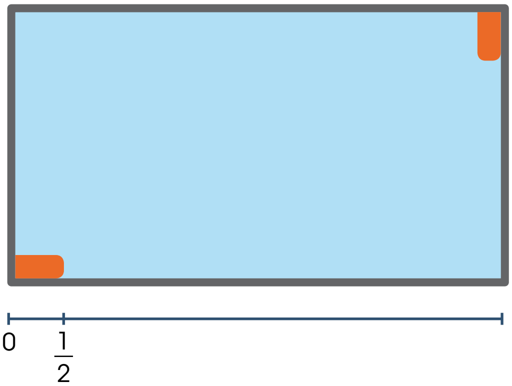
Escribe los números que corresponden.

	Primera opción	Segunda opción	Tercera opción
Pizzas	8	15	16
Personas	6	15	15

Aplica

1 Juan quiere conocer cuánto mide una alberca en la que entrena, pero no tiene un instrumento de medición, sólo sabe que su tabla de natación mide $\frac{1}{2}$ metro.

a) Estima cuántas tablas de $\frac{1}{2}$ m mide la alberca a lo largo. 10 tablas Estima el número de tablas de $\frac{1}{2}$ m a lo ancho. 5 tablas



b) Según tu estimación, ¿a cuántos medios metros equivale el largo de la alberca? Escribe una fracción que represente la medida.

10/2

c) ¿A cuántos medios metros equivale el ancho de la alberca? Escribe una fracción que represente la medida. 5/2

d) Según tu estimación sobre el número de tablas, ¿cuántos metros mide la alberca a lo largo? 5 metros Explica tu respuesta. 1/2 m equivale a 50 cm, por tanto, 10 veces 50 cm es igual a 500 cm, es decir, 5 metros.

e) ¿Cuántos metros mide a lo ancho la alberca, según tu estimación? Explica tu respuesta. Medio metro equivale a 50 cm; 5 veces 50 cm es igual a 250 cm, es decir, $2\frac{1}{2}$ metros.

2 Compara tus respuestas con las de tus compañeros. ¿Coincidieron?

Toma nota

El cociente de dos números enteros se llama **fracción común**; el dividendo es el **numerador** y el divisor es el **denominador**.

$\frac{3}{4}$ numerador / denominador

Las fracciones comunes se clasifican en propias e impropias. En las fracciones propias, el numerador es menor que el denominador, como viste en la primera opción del ejercicio de la sección Explora: había menos pizzas que personas, por lo que a cada quien le tocaba menos de una. En las fracciones impropias, el numerador es mayor que el denominador, como ocurría en la segunda opción del problema que mencionamos: había más pizzas que personas, por lo que a cada quien le tocaba más de una.

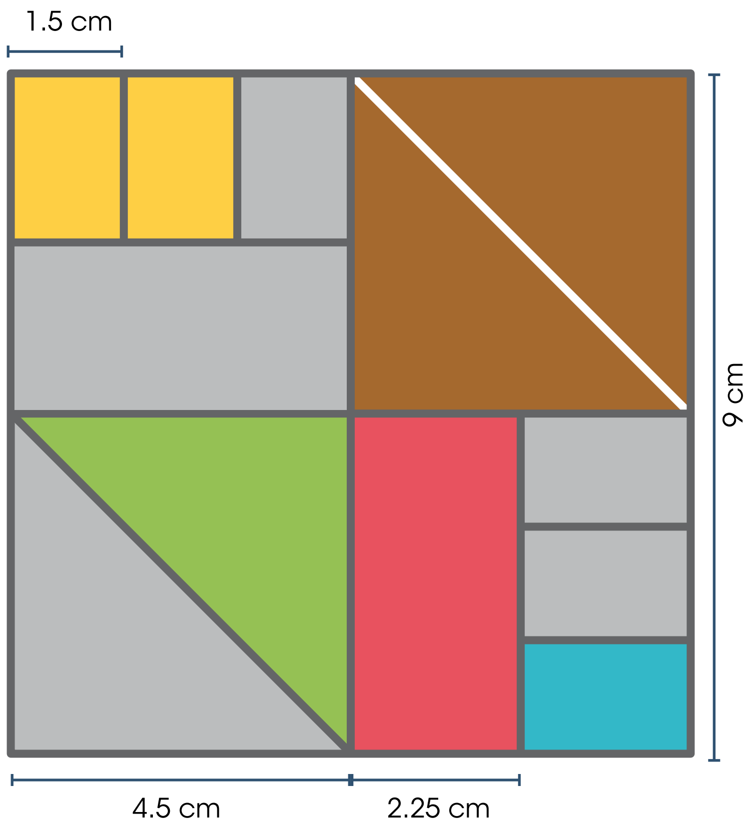
En algunas situaciones, se tiene una cantidad expresada en fracciones y se necesita indicarla en números decimales, o viceversa: dado un número decimal, hay que expresarlo como fracción. Para esta conversión ten en cuenta lo siguiente:

Conversión de fracciones a decimales: como toda fracción puede verse como un cociente entre dos cantidades, hay que dividir el numerador entre el denominador. Ejemplos: $\frac{1}{8} = 1 \div 8 = 0.125$, $\frac{3}{5} = 3 \div 5 = 0.6$. Algunas fracciones no se pueden expresar de manera exacta con números decimales, como en estos casos: $\frac{1}{3} = 1 \div 3 = 0.333\ldots$, (se repite infinitamente el periodo: 3), $\frac{3}{7} = 3 \div 7 = 0.428\,571\,428\,571\ldots$, (se repite infinitamente el periodo: 428 571).

Conversión de decimales a fracciones: todo número decimal es una fracción decimal, y su denominador se determina según la posición del último digito del número, por ejemplo: cinco décimos $0.5 = \frac{5}{10}$, treinta y siete centésimos $0.37 = \frac{37}{100}$, veinticinco diezmilésimos $0.0025 = \frac{25}{10\,000}$

Integra

1 En equipo de tres integrantes, analicen las divisiones que se hicieron en la figura y contesten. Consideren que el cuadrado más grande mide 9 cm por lado.



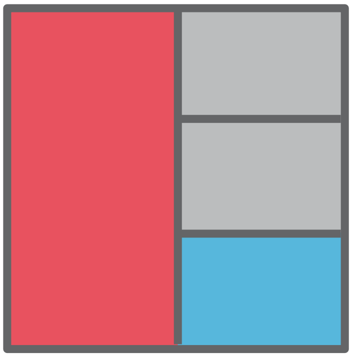
a) ¿Qué fracción del cuadrado mayor (el que mide 9 cm por lado) representa el cuadrado café? 1/4

Explica tu respuesta.

1/4 El área del cuadrado de 9 cm por lado es 4 veces el área de la sección negra.

b) ¿Qué fracción del cuadrado mayor representa el triángulo verde? 1/8 Explica tu respuesta.

El área del triángulo verde cabe ocho veces en el cuadrado de 9 cm × 9 cm

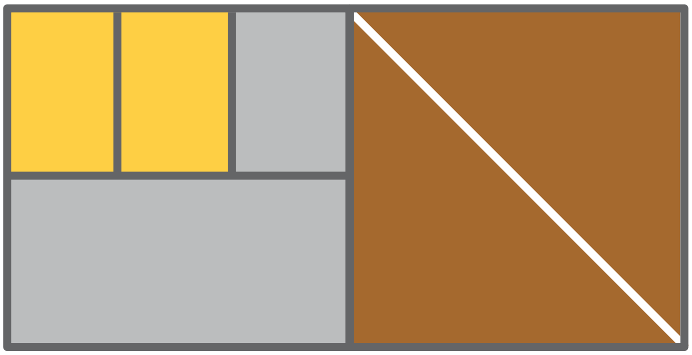


c) Observa el cuadro al lado. ¿Qué fracción de este cuadrado representa el rectángulo rojo? $\frac{1}{2}$

d) ¿Qué fracción de este cuadrado representa el rectángulo azul? $\frac{1}{6}$

Explica tu respuesta. Respuesta modelo: Se necesitan exactamente 6 rectángulos azules para cubrir el cuadrado.

e) Observa la imagen al lado. ¿Qué fracción de este rectángulo representa la sección amarilla? $\frac{2}{12}$ Explica tu respuesta.



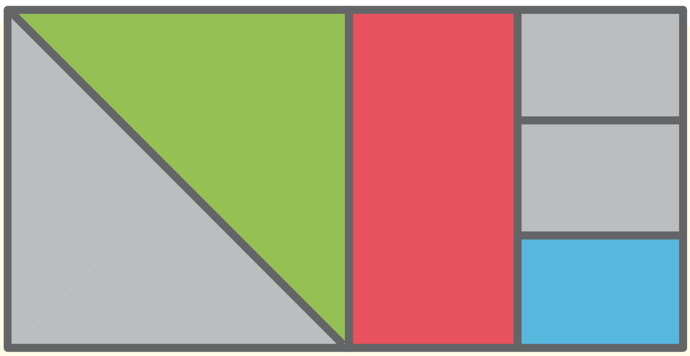
Cada rectángulo amarillo representa 1/12 parte.

f) Observa el cuadrado de la página anterior (el que mide 9 cm por lado), ¿qué fracción de ese cuadrado representa el rectángulo rojo? $\frac{1}{8}$

Explica tu respuesta. RM: El rectángulo rojo cabe exactamente ocho veces en el cuadrado total.

Piensa en...

Observa la imagen de la derecha.



- ¿Qué fracción de todo el rectángulo representa el rectángulo azul? 1/6

  Explica tu respuesta. El rectángulo azul cabe exactamente 12 veces en el rectángulo mayor.
- ¿Qué fracción de la figura es más grande: el triángulo verde o el rectángulo rojo? Son iguales. Explica tu respuesta.

  Cada una de las figuras ocupa 1/8 parte del rectángulo mayor.
- ¿Dos figuras distintas pueden representar una misma fracción? Sí.

  ¿Por qué? Porque una misma área se puede representar de diferentes formas.
- ¿Qué fracción es mayor: la que corresponde al triángulo verde o la representada por los dos rectángulos grises? Respuesta modelo: El triángulo verde.

  Explica tu respuesta: RM: El triángulo corresponde a 1/4 del rectángulo, mientras que los dos rectángulos grises solo representan 2/6 del rectángulo.

LECCIÓN 2 Parte decimal en medidas de uso común

Explora

Mate TIP

Observa.

$2.3 = 2\frac{3}{10}$

$= 2\frac{18}{60} = 2{:}18$

Estas cantidades son equivalentes.

Manuel y sus amigos organizaron un torneo de futbol entre los cinco equipos de su colonia. Pidieron a los capitanes de cada equipo que escribieran en un papel el menor número que se les ocurriera; quien anotara el número menor tendría derecho a elegir el equipo con el que se enfrentaría. Estos son los números que escribieron.

Equipo 1	Equipo 2	Equipo 3	Equipo 4	Equipo 5
0.1	**0.02**	**0.009**	**0.01**	**0.03**

1 ¿Cuál es el número menor? 0.009 ¿Por qué? Respuesta modelo: Por la posición del 9, su valor absoluto es 9/1 000

2 Manuel asegura que el número menor es 0.01 y el mayor 0.009, ¿está en lo correcto?

No ¿Por qué? Respuesta modelo: Porque el valor de cada cifra decimal debe multiplicarse por una fracción decimal: 00.1 = 1/100 > 9/1000 = 0.009

3 El capitán de equipo que escribió el 0.1 afirma que él debe ganar, porque el 1 es menor que el 9, el 2 o el 3, que son parte de los números escritos por otros capitanes. ¿Está en lo correcto? No. ¿Por qué? Respuesta modelo: La posición de los números después del punto determina el valor de cada uno. El capitán solo está considerando el valor absoluto de los números, no su posición.

4 Ordena de menor a mayor los números que escribieron los cinco capitanes.

0.009, 0.01, 0.02, 0.03, 0.1

5 ¿Qué criterios tomaste en cuenta para ordenar los números?

El valor de cada dígito según su posición.

6 Escribe en la tabla de la siguiente página los números de las tarjetas, para verificar tus respuestas.

Tema: Números y sistema de numeración
Contenido: Análisis del significado de la parte decimal en medidas de uso común; por ejemplo, 2.3 metros, 2.3 horas.

Unidades	Punto	Décimos	Centésimos	Milésimos	
	.	1			Un décimo
	.	0	1		Un centésimo
	.	0	2		Dos centésimos
	.	0	3		Tres centésimos
	.	0	0	9	Nueve milésimos

Como puedes ver, el valor del dígito varía según su posición en el número. Manuel estaba equivocado, ya que 9 milésimos es menor que 1 décimo.

7 ¿El valor relativo de un dígito aumenta o disminuye conforme cambia su posición a la derecha del punto decimal? Explica tu respuesta.

Disminuye. El valor relativo de un dígito, según cambia de posición a la derecha del punto, es 10 veces menor que en la posición anterior.

Mate TIP

Escribe cada número decimal como fracción decimal. Observa el ejemplo.

$$0.02 = \frac{2}{100}$$

El número 2 está en la posición de los centésimos, su valor se multiplica por

$$0.02 = 2 \times \frac{1}{100} = \frac{2}{100}$$

Toma nota

El sistema de numeración decimal es posicional, con base en 10. Esto significa que dependiendo de la posición en la que está un dígito representa unidades, decenas (grupos de 10 unidades), centenas (grupo de 10 decenas), etc., y en cada orden siempre se va agrupando de 10 en 10.

Centenas	Decenas	Unidades

Existen cantidades menores a la unidad. El primer dígito a la derecha del punto decimal vale décimos (la unidad se divide en diez partes), el segundo, centésimos (la unidad se divide en cien partes), el tercero, milésimos (la unidad se divide en mil partes) y así, sucesivamente.

Centenas	Decenas	Unidades	Unidades	Punto	Décimos	Centésimos	Milésimos

Para determinar el valor de los números decimales, aquellos que están a la derecha del punto, se sigue una regla similar a la de los números enteros, se divide: 1 décimo = $\frac{1}{100}$ parte de 1unidad, 1 centésimo = $\frac{1}{100}$ parte de 1 décimo, 1 milésimo = $\frac{1}{1000}$ parte de 1 centésimo, etcétera.

Aplica

1 Alberto es carpintero y está haciendo una relación de los materiales en su taller. Según su registro, tiene tablas que miden 1.5 m, 1.09 m, 1.299 m, 1.150 m.

a) Ordena las cantidades de mayor a menor y escribe cómo se leen.

Unidades	Punto	Décimos	Centésimos	Milésimos	Nombre
1	.	5			Un entero, cinco décimas
1	.	0	9		Un entero, nueve centésimos
1	.	2	9	9	Un entero, doscientos noventa y nueve milésimos
1	.	1	5	0	Un entero, quince centésimos

2 Une con una línea los números y su escritura con letra, según corresponda.

a) 2.35 b) 2.305 c) 2.3 d) 2.035 e) 2.350

Dos enteros, trescientos cinco milésimos

Dos enteros, treinta y cinco centésimos

Dos enteros, treinta y cinco milésimos

3 ¿El número 0.9 representa la misma cantidad que 0.90, y que 0.900? Justifica tu respuesta. Respuesta modelo: Sí, se refiere a la misma cantidad, pues en los tres casos el número con valor 9 está en la misma posición.

4 ¿El número 1.75 representa la misma cantidad que 1.075? Respuesta modelo: No, aunque los dos números incluyen un 75, el valor de este cambia según su posición.

Integra

1 Observa la tabla. ¿Qué corredor fue el más rápido?

Resultados de la carrera de 5 km		
Elías Vel Oz	Cinthia Ruiz	Antonio Pérez
Tiempo 0.3 horas	Tiempo 0.25 horas	Tiempo ¿?

2 El corredor Antonio Pérez llegó justo en medio de los otros competidores. ¿Cuál fue su tiempo? Haz un esquema para representarlo en tu cuaderno. Luego, escribe tu respuesta y explica cómo llegaste a ella. Respuesta modelo: Tuvo un tiempo de 16 minutos 30 segundos. Para obtener la respuesta, se calcula la mitad de diferencia de los dos competidores y se suma al tiempo del corredor con menor tiempo.

En este caso, el tiempo está expresado como decimal, pero la unidad de medida son horas, que se dividen en 60 minutos. Observa cómo el tiempo de Elías Vel Oz se ha convertido en minutos utilizando fracciones equivalentes. Recuerda que los minutos también se dividen en 60 segundos.

$$0.3 = \frac{3}{10} = 3 \times \frac{6}{10} \times 6 = 0.18$$

Cero horas con 18 minutos.

3 Escribe los tiempos de los tres corredores, expresados en horas, minutos y segundos

a) Elias Vel Oz 0 horas 18 minutos 0 segundos.

b) Cinthia Ruiz 0 horas 15 minutos 0 segundos.

c) Antonio Pérez 0 horas 16 minutos 30 segundos.

4 Usa tu calculadora para convertir las fracciones decimales en números decimales.

a) $\frac{5}{10}$ = 0.5

b) $\frac{5}{100}$ = 0.05

c) $\frac{5}{1000}$ = 0.005

d) $\frac{8}{10}$ = 0.8

e) $\frac{8}{100}$ = 0.08

f) $\frac{8}{1000}$ = 0.008

5 ¿Qué puedes concluir de la actividad anterior?

Respuesta libre. El alumno debe relacionar la posición decimal con el denominador de la fracción.

Piensa en...

- Los números decimales son una forma de escribir una fracción o parte de un entero, por ejemplo, 0.3, corresponde a $\frac{3}{100}$.
- Para expresar una fracción en forma decimal, se divide el numerador entre el denominador. De esta manera, si en la calculadora hacemos la operación 1 ÷ 10, se obtiene 0.1, que es la representación decimal de $\frac{1}{10}$.

Por ejemplo, El cuadrado representa 1 unidad y la parte roja, $\frac{1}{2}$, ya que la figura se divide en dos partes iguales.

$\frac{1}{2}$ se expresa en forma decimal, 0.5 y se lee "cinco décimos".

LECCIÓN 3 Dividir números naturales con cociente decimal

Explora

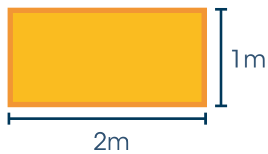
1 Luis trabaja en una carpintería y debe cortar algunos tablones para hacer muebles rústicos.

a) Para hacer un juego de mesas pequeñas tomará un tablón de 1 m $\times$ 2 m y lo dividirá en 3 partes iguales, de tal manera que le queden tres secciones de 1 m por lo que resulte de dividir $2 \div 3$.

b) Para elaborar los anaqueles de otro mueble, tomará una hoja de triplay de 122 cm por 244 cm, y dividirá el lado corto en 3 partes iguales y el lado largo en 5 partes iguales.

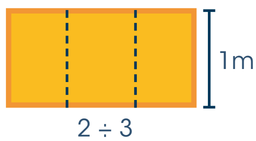
Luis sabe que debe hacer algunas divisiones con lápiz y papel antes de cortar la madera, pero no está seguro de cómo resolver los problemas. Su amiga Silvia, que está de visita, le sugiere hacer lo siguiente:

Paso 1. *Representar* en un esquema la tabla y sus medidas.



Paso 2. *Dibujar* los cortes.

Paso 3. *Calcular* las medidas de las piezas.



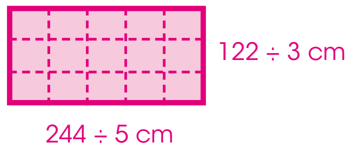
2 Utiliza la estrategia anterior para ayudar a Luis a conocer las medidas de las piezas que obtendrá. Para el problema a), resuelve la división que debe hacer; redondea el resultado cuando llegues a centésimas de metro.

$$\begin{array}{r|l} & 0.66 \\ \hline 3 & 2.00 \\ & \ \ \ 20 \\ & \ \ \ \ \ 2 \end{array}$$

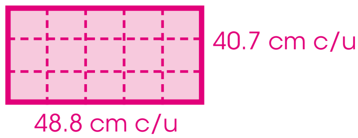
a) ¿Qué longitud tendrán las piezas cortadas? 0.66 m cada una.

Tema: Problemas multiplicativos
Contenido: Resolución de problemas que impliquen una división de números naturales con cociente decimal.

3 Para el problema b), haz el esquema, dibuja los cortes, escribe las dos divisiones que debe hacer Luis y resuélvelas.



$$\begin{array}{r|l} & 4\,8\,.\,8 \\ \hline 5 & 2\,4\,4\,. \\ & \;\;4\,4 \\ & \;\;\;\;4\;\;0 \end{array}$$



$$\begin{array}{r|l} & 4\,0\,.\,6 \\ \hline 3 & 1\,2\,2\,. \\ & \;\;0\,2\;\;0 \\ & \;\;\;\;\;\;\;\;2 \end{array}$$

a) ¿Cuánto debe medir cada lado de las piezas cortadas? 40.7 cm y 48.8 cm

Aplica

Silvia observa que a Luis le toma tiempo hacer todas las operaciones y le explica lo siguiente:

"Quizá no es necesario que hagas todas las operaciones. Algunas veces, como ocurre en el problema a), tenemos divisiones como $\frac{2}{3}$, en las que el cociente no se puede expresar con exactitud usando números decimales; en estos casos, te conviene expresar la medida con una fracción, la cual representa el resultado de la división, o bien, si usas una regla graduada para hacer tus mediciones, puedes hacer un redondeo como $\frac{2}{3} \approx 0.5$. Sin embargo, en otros casos, según el problema que resuelvas, deberás expresar cantidades en función de la unidad de medida, por ejemplo, para $\frac{244}{5} = 48.8$ cm."

1 Convierte las siguientes fracciones a expresión decimal, redondeando a centésimos, si es preciso. Haz las divisiones en tu cuaderno. Observa que, cuando es necesario, se usa el símbolo ≈ para indicar que la expresión decimal está redondeada.

a) $\frac{6}{8} =$ 0.75

b) $\frac{4}{6} \approx$ 0.67

c) $\frac{8}{3} \approx$ 2.67

d) $\frac{3}{5} =$ 0.6

e) $\frac{5}{7} \approx$ 0.71

Silvia continuó explicándole a Luis sobre las divisiones.

"Hay muchas situaciones cotidianas en las que es necesario dividir dos números naturales y obtener un cociente decimal. Por ejemplo, supón que debes dividir el bote de 5 litros de sellador entre 3, para que tus dos ayudantes y tú tengan la misma cantidad."

2 ¿Cuántos litros de sellador contendrá cada bote? 5 ÷ 3 = 1.6 litros

Toma nota

Mate TIP

Un número entero exacto tiene cero décimos, cero centésimos, cero milésimos, por ejemplo:

5 = 5.00

5 ÷ 4 = 5.00 ÷ 4

Dividir dos números naturales para obtener un cociente decimal

La división entre números naturales puede generar un cociente decimal. Para resolver una división puedes colocar las cantidades en una sola línea o hacer tus divisiones tal y como has aprendido hasta ahora, pero respetando el lugar del punto decimal.

$$\begin{array}{r|l} & 1.25 \\ \hline 4 & 5.00 \\ & 1\ \ 0 \\ & \ \ \ 20 \\ & \ \ \ \ \ 0 \end{array}$$

Recuerda que las fracciones se pueden convertir a números decimales dividiendo el numerador entre el denominador para obtener un cociente decimal. Cuando el cociente no se puede escribir de forma exacta, es necesario redondearlo. En tal caso, se usa el signo ≈ para indicar que el resultado es una aproximación.

Ejemplos:

$\frac{2}{5} = 2 \div 5 = 0.4$

$$\begin{array}{r|l} & 0.4 \\ \hline 5 & 2.0 \\ & \ \ \ 0 \end{array}$$

$\frac{5}{7} = 5 \div 7 \approx 0.71$

$$\begin{array}{r|l} & 0.714285714 \\ \hline 7 & 5.000000000 \\ & \ \ 10 \\ & \ \ \ 30 \\ & \ \ \ \ 20 \\ & \ \ \ \ \ 60 \\ & \ \ \ \ \ \ 40 \\ & \ \ \ \ \ \ \ 50 \\ & \ \ \ \ \ \ \ \ 10 \\ & \ \ \ \ \ \ \ \ \ 30 \end{array}$$

Integra

1 El dueño de la carpintería le pidió a Luis que le ayudara con otro trabajo. Le dejó una nota en la que le indica qué cortes debe hacer.

a) Tomar la tira de madera fina de 26 cm y dividirla en 5 partes iguales.

Describe la operación que debe hacer Luis para encontrar el resultado.

Se debe dividir 26 ÷ 5, tal y como se hace con cualquier otra división, y se agregan ceros para continuar la división. Al final, se coloca en el cociente un punto decimal. El resultado es 5.2 cm.

2 Hay tres piezas rectangulares que miden de largo 54 cm, 16 cm y 245 cm. Divide las dos primeras piezas en 10 partes iguales y la tercera en 100 partes iguales.

En este caso, ¿cuánto debe medir cada sección que cortará Luis?

54 ÷ 10 = 5.4 16 ÷ 10 = 1.6 245 ÷ 100 = 2.45

Para la tabla, las piezas medirán 5.4 cm, para la segunda, 1.6 cm y la tercera, 2.45 cm.

3 Luis usó su calculadora para hacer las operaciones del problema anterior. Pero Silvia asegura que no es necesario, que para obtener el cociente en esas divisiones, basta identificar dónde debe colocarse el punto decimal.

a) ¿Dónde debería colocarse el punto decimal en cada caso y por qué?

Un lugar a la izquierda en los dos primeros casos; dos lugares a la izquierda en el último caso.

Explica tu respuesta. RM: Para la división entre 10, se recorrió el punto decimal un lugar a la izquierda, en el segundo caso cambió de posición dos lugares, pues se dividió entre 100.

4 Luis encontró también este recado:

Luis, hay dos tiras de madera, una de 75 cm y otra de 395 cm. Por favor, indica sus medidas en metros.

Silvia le explica a Luis que es muy fácil resolver el problema: "Recuerda que a una unidad *x* veces mayor, le corresponde una medida 10 veces menor y viceversa. En el caso de que *x* sea un múltiplo de 10, basta recorrer el punto decimal".

a) ¿Cuánto mide cada tira de madera en metros?

Respuesta modelo: Cada tira medirá 0.75 m y 3.95 m.

b) Describe tu estrategia para encontrar la respuesta. Respuesta modelo: Como el metro es 100 veces más grande que el centímetro, le corresponde un medida 100 veces más pequeña, por eso, el punto decimal se recorre dos lugares a la izquierda.

Piensa en...

Resuelve este reto.

- Gabriela se prepara para un maratón y diario debe correr 3 000 metros. Si la pista en la que entrena mide 400 m, ¿cuántas vueltas debe darle para cubrir la distancia de su entrenamiento?
- En caso de que obtengas un cociente con parte decimal, explica su significado. Recuerda que tu unidad en este caso será "una vuelta a la pista".

RM: Debe dar 7.5 vueltas. 0.5 equivale a 200 m, pues solo se refiere a ½ vuelta.

LECCIÓN 4 Triángulos

Explora

1 El grupo de Brenda está trabajando con su juego de geometría según las indicaciones que le da su profesor. Él traza en el pizarrón dos líneas. Obsérvalas y haz lo que se indica.

a) Traza dos segmentos perpendiculares a cada una de los segmentos que el profesor trazó (figura 1).

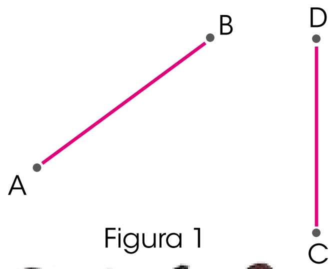


Figura 1

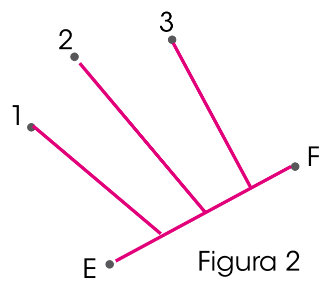
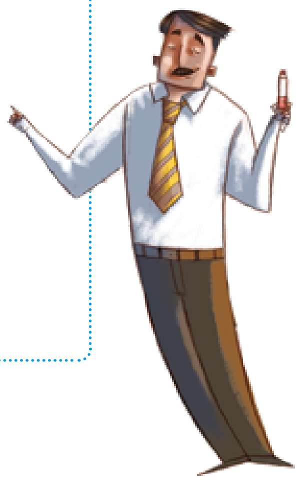


Figura 2



2 ¿Qué segmentos forman un ángulo de 90° respecto al segmento EF (figura 2)? Argumenta tu respuesta. Respuesta modelo: Si se mide con el transportador o se compara con la escuadra se puede saber que sólo el segmento 3 forma un ángulo recto con el segmento EF.

3 Explica cómo puedes usar tu juego de geometría para verificar que un ángulo de la figura anterior mide 90°.

Respuesta modelo: Se puede verificar usando el ángulo de 90° de la escuadra, o emplear el transportador para medir el ángulo formado por el segmento EF y los segmentos 1, 2 y 3.

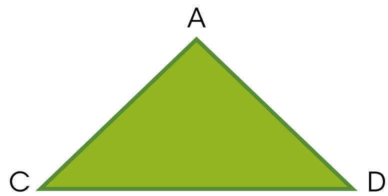
4 El profesor traza en el pizarrón el siguiente triángulo y le explica al grupo que los vértices que definen al triángulo se denotan con una letra mayúscula.

a) Indica qué vértice es el opuesto a cada lado.

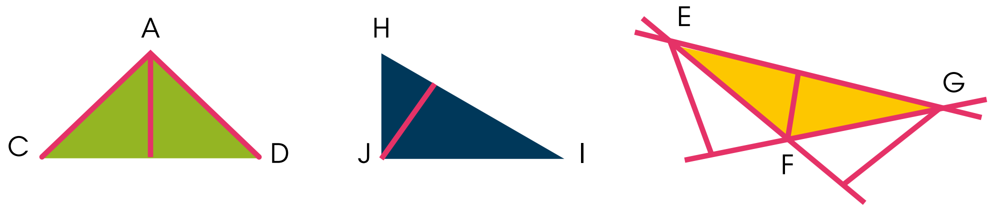
Para el lado CA, el vértice opuesto es: D

Para el lado CD, el vértice opuesto es: A

Para el lado AD, el vértice opuesto es: C



b) En cada triángulo, traza una línea perpendicular en cada uno de los lados que parta desde el vértice opuesto a ese lado.



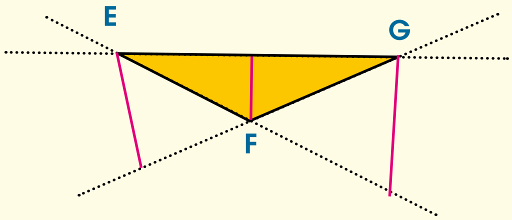
Triángulo 1 Triángulo 2 Triángulo 3

5 ¿Cómo hiciste para trazar lo solicitado en el triángulo 3? Respuesta modelo:

Se puede verificar usando el ángulo de 90° de la escuadra, o emplear el transportador para medir el ángulo formado por el segmento EF y los segmentos 1, 2 y 3.

Piensa en...

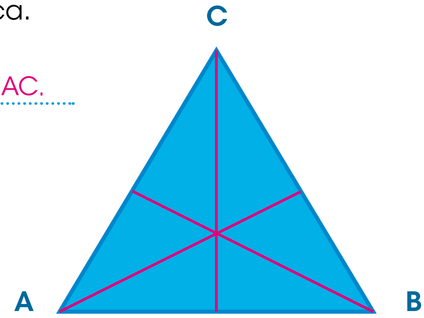
- Observa que en el triángulo 3 las alturas quedan fuera del triángulo. Para entender el concepto de *altura* piensa que el lado *GF* es un segmento de recta que pertenece a una línea recta infinita. La altura, que pasa por el punto *E*, debe formar una perpendicular con esa recta, aunque el punto donde la corta no caiga dentro del segmento *GF*.



6 Observa el triángulo e identifica y traza lo que se indica.

a) Vértices A,B,C b) Segmentos AB, CB, AC.

c) Traza las tres alturas.

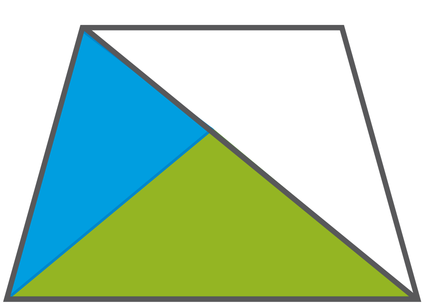


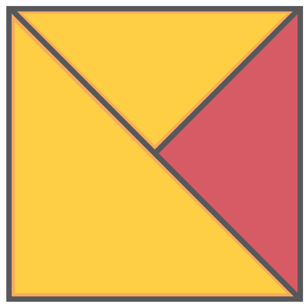
Aplica

1 El profesor le da a Brenda dos figuras, dentro de las cuales están formados algunos triángulos, y le pide que los separe para señalar por lo menos dos de sus bases y dos de sus alturas, respectivamente. En equipos, reproduzcan las figuras en hojas sueltas y determinen cuáles son las bases y las alturas de los triángulos. Respuesta libre.

Glosario

Pivote es el extremo puntiagudo de una pieza, donde se apoya o inserta otra.

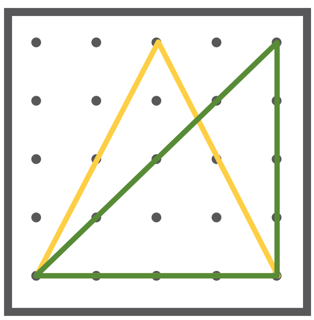


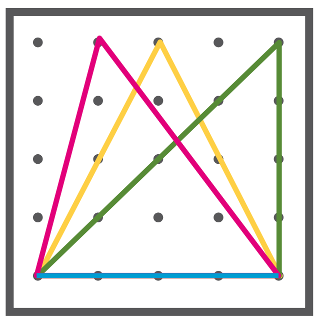


2 En otra actividad, el profesor muestra a los alumnos un geoplano de 5 × 5 **pivotes**, en el cual están construidos dos triángulos, y les pide que señalen cuál de los dos triángulos tiene mayor área.

Tecnos

Busca en Internet la actividad "La altura de un triángulo", elaborada por José Luis Álvarez García, en la cual podrás conocer un poco más de cómo trazar las alturas: http://goo.gl/HYra4a


Geoplano 1


Geoplano 2

a) ¿Los dos triángulos del geoplano 1 tienen diferente área? No

Argumenta tu respuesta. Respuesta modelo: Los dos triángulos tienen la misma área, pues su base y altura miden lo mismo.

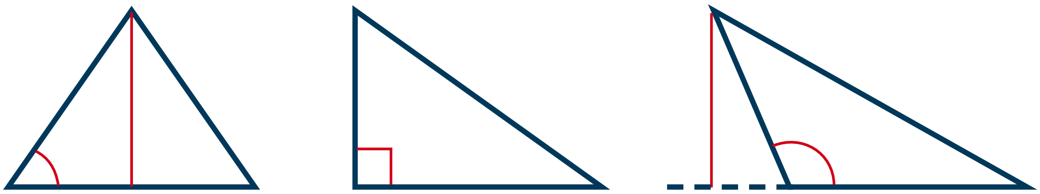
b) Dibuja en el geoplano 2 un triángulo que tenga por base el segmento azul y la misma área que los otros dos triángulos.

Toma nota

Alturas de triángulos

Un triángulo es una figura cerrada limitada por tres lados. Se llama base del triángulo a cualquiera de sus tres lados. A cada base le corresponde una altura, que se define como la recta perpendicular a un lado (o a la prolongación de éste), desde su vértice opuesto.

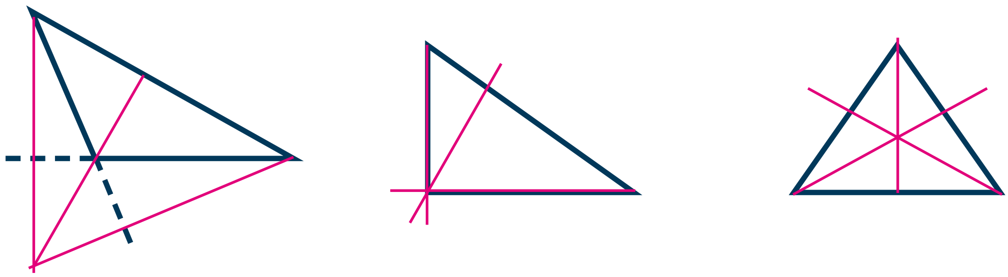
Según los ángulos que tenga el triángulo, las alturas pueden quedar dentro o fuera de este, o coincidir con uno de los lados, observa los ejemplos:



Acutángulo Rectángulo Obtusángulo

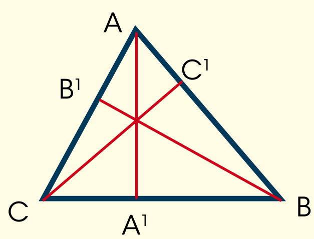
Integra

1 A Brenda le llamó la atención ver que, en ocasiones, las alturas no se identifican fácilmente. Su profesor le deja de tarea encontrar el punto en el que se unen las alturas en diferentes triángulos. Utiliza tu juego de geometría y ayuda a Brenda a identificar el punto de intersección de las tres alturas en cada triángulo.



Piensa en...

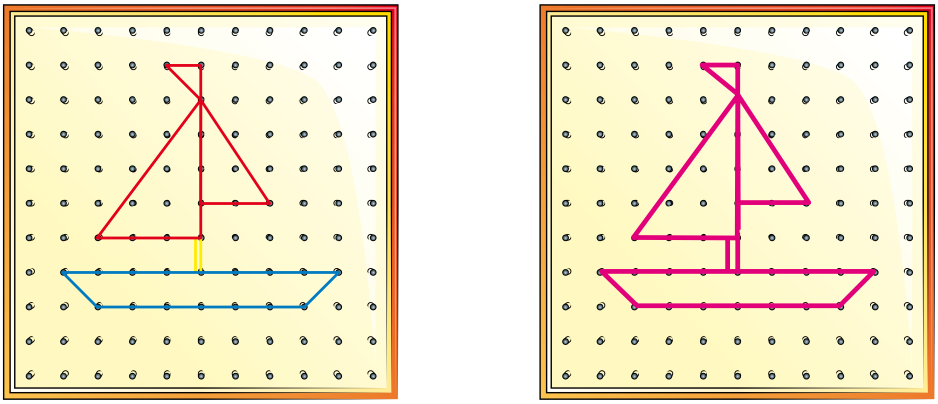
- Observa el triángulo de la derecha, las tres alturas de cualquier triángulo pasan por un mismo punto llamado *ortocentro*. Los puntos A', B' y C' son llamados pies de las alturas. Cuando traces las alturas de un triángulo, es importante que verifiques que pasen por un mismo punto.



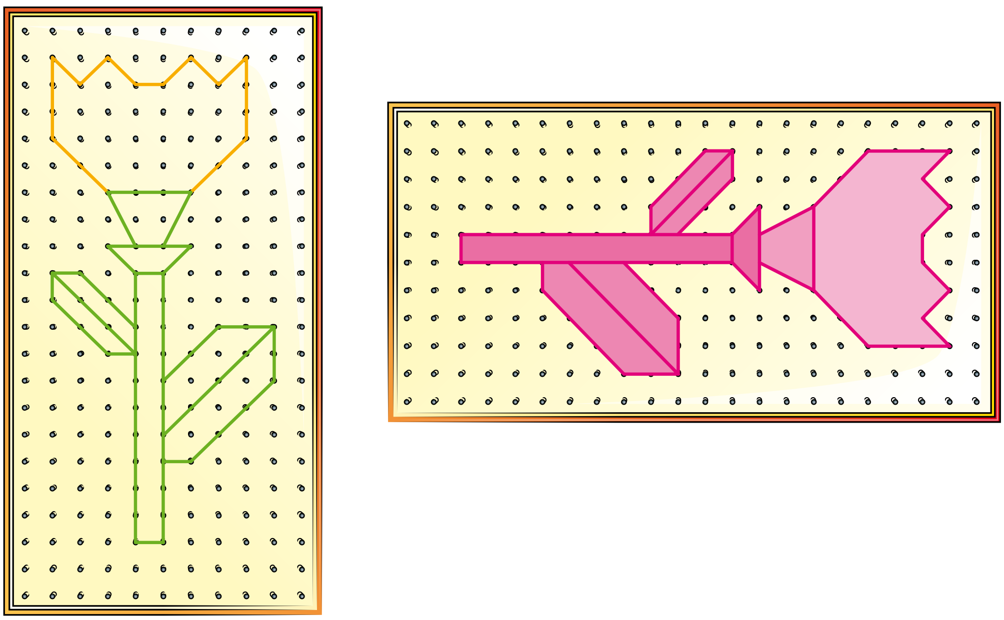
LECCIÓN 5 Reproducir figuras en una cuadrícula

Explora

1 Juan construyó un barco en su geoplano. A Irene le gustó mucho y decidió reproducirlo en su geoplano, para ello, localizó ocho puntos que le sirvieron de referencia, como los vértices de los triángulos y cuadriláteros que forman el barco. Reproduce el barco y localiza los puntos que usó Irene.



2 Juan trató de dibujar una flor para Irene, pero no cabía en su cuadrícula, hasta que ella logró acomodarla. ¿Podrías trazarla tú? ¿Cómo resolverías el problema?

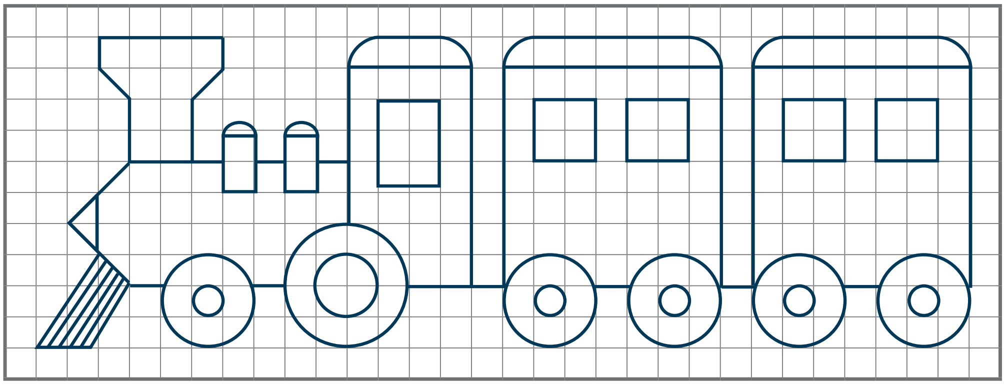


Tema: Ubicación espacial

Contenido: Reproducción de figuras usando una cuadrícula en diferentes posiciones como sistema de referencia.

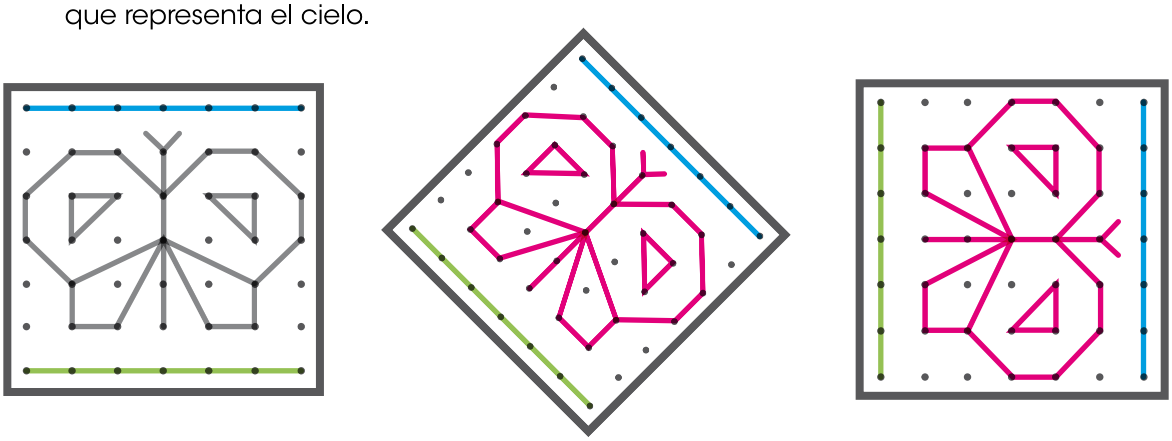
Aplica

1 Reproduce este tren en tu cuaderno.



a) Si el tren no cabe en tu cuaderno, prueba a trazarlo en otra posición. ¿Girar el cuaderno podría ser una solución? Sí.

2 Reproduce la mariposa en las cuadrículas. Toma en cuenta la orientación de la mariposa, que va desde la línea verde, que representa el pasto, hasta la línea azul, que representa el cielo.



0° 45° 90°

3 La mariposa original no ha sido girada, por ello, podemos decir que le corresponde un giro de 0°. Escribe debajo de cada mariposa el ángulo en que se ha girado, en el sentido de las manecillas del reloj.

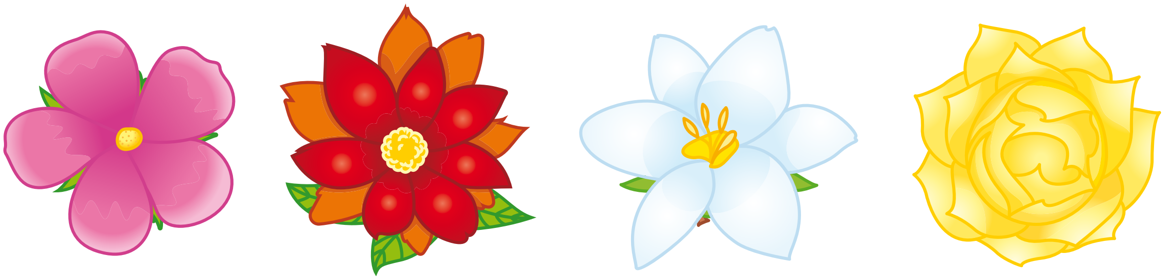
Toma nota

Usar cuadrículas para reproducir figuras

Dada una figura cualquiera en un plano podemos trazar una cuadrícula sobre ella y usarla para reproducir la figura sobre otra cuadrícula. Esta técnica es muy útil para copiar dibujos o imágenes que te gusten.

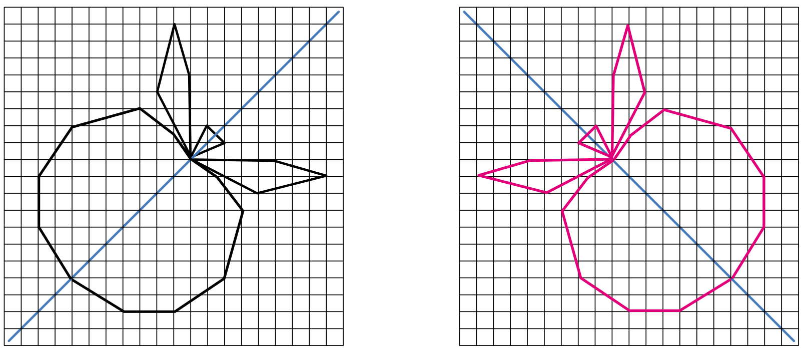
Rotación de figuras sobre el plano

Si reproduces una figura rotando (girando) el plano de referencia, obtienes una figura como la original, a la cual le ha sido aplicada una rotación. Las rotaciones de 45°, 90° y 180° son las más comunes y puedes observarlas en muchas situaciones cotidianas, pero se puede rotar una figura a cualquier ángulo. Observa las flores que parecen tener simetría de rotación:

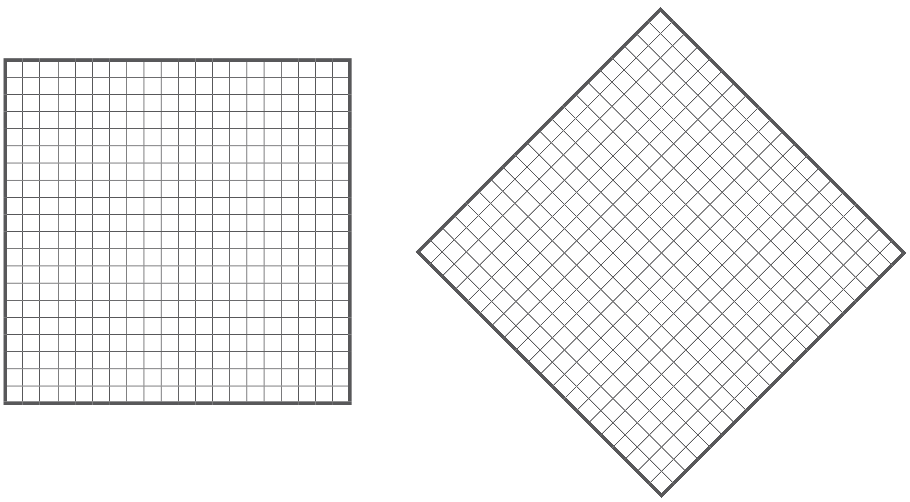


Integra

1 Reproduce la figura girándola 90° en sentido opuesto a las manecillas del reloj. Ayúdate con el eje que se ha trazado para servirte como guía.



2 Traza una imagen sencilla y pide a un compañero que la reproduzca en la cuadrícula de la derecha. Tú deberás reproducir la figura de alguien más.



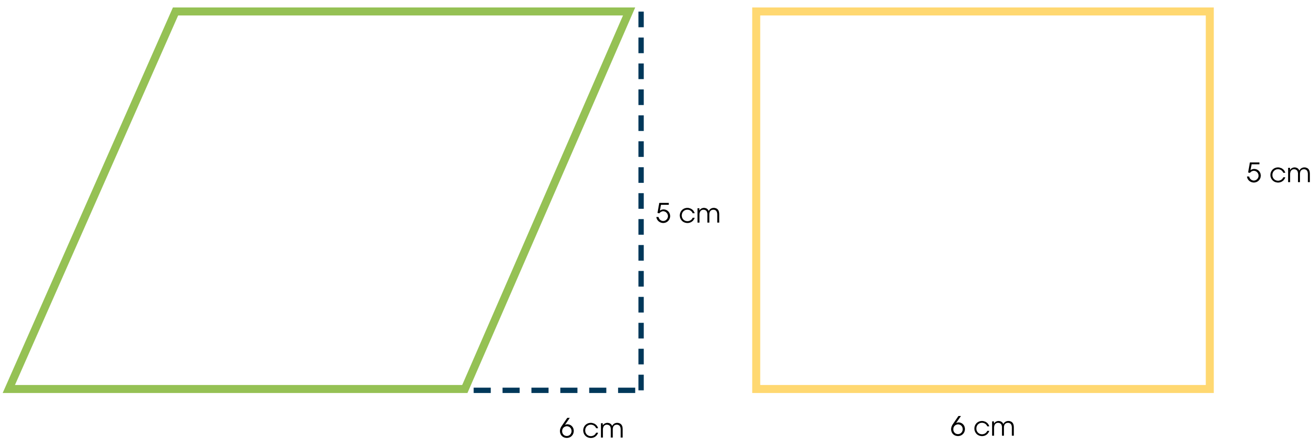
Tecnos

Visita la página *Cómo se hace. Aprende todo,* y encuentra diferentes maneras de hacer un pantógrafo casero: http://goo.gl/fWabKN

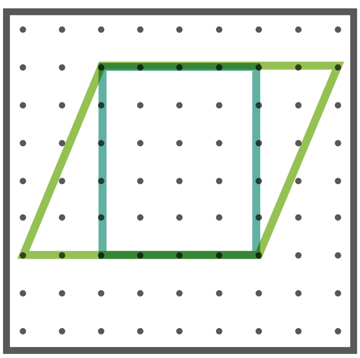
LECCIÓN 6 Área de paralelogramos

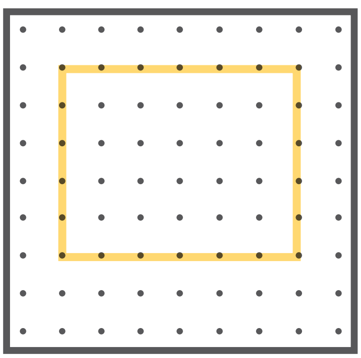
Explora

A Lorena le encargaron de tarea calcular el área de un paralelogramo, pero no recuerda la fórmula para hacerlo. Su compañero Marco asegura que es fácil resolver su problema, pues el paralelogramo tendrá la misma área que un rectángulo con igual base y altura.



1 Lorena no está muy convencida de lo que le explica Marco, así que él usa un geoplano para construir y comparar el área de las figuras. Observa las imágenes y escribe el área de cada figura; considera que cada cuadrito representa 1 cm2.

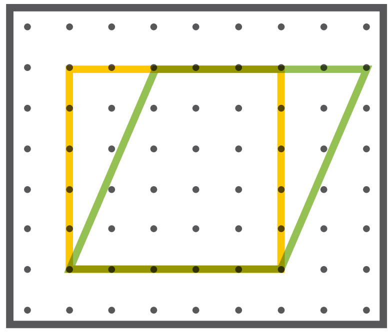




a) Área = 30 cm^2

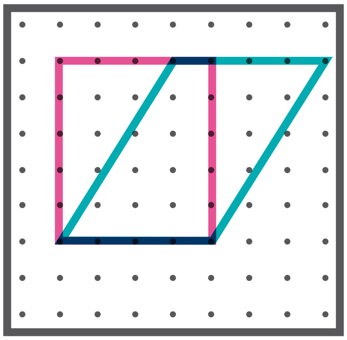
b) Área = 30 cm^2

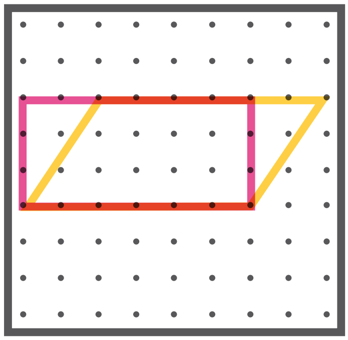
2 Después, Marco le muestra a Lorena las dos figuras construidas en el mismo geoplano.

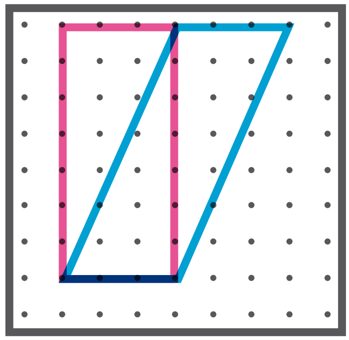


3 Observa que los dos cuadriláteros son muy parecidos, y al colocarlos se forma una especie de rompecabezas en el cual un triángulo puede cortarse del paralelogramo y "pasarse" al lado contrario para completar el rectángulo. ¿Será posible hacer esto con cualquier paralelogramo? Sí.

4 Sobre cada paralelogramo traza un rectángulo con la misma base y altura. Compara el área de las dos figuras y escribe la del paralelogramo



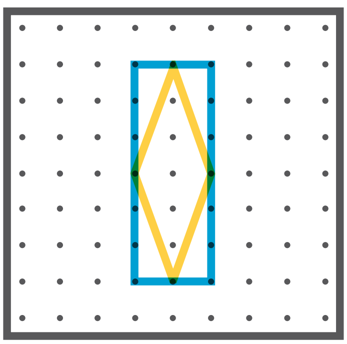


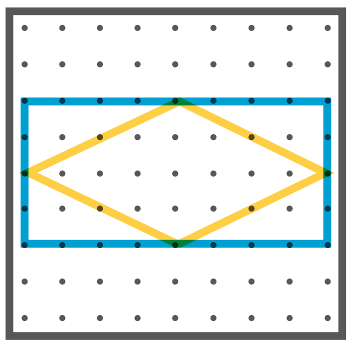


a) Área = 20 cm^2 **b)** Área = 18 cm^2 **c)** Área = 21 cm^2

Aplica

1 Usa los geoplanos para calcular el área de los rombos (de forma similar a como hiciste para calcular el área de los paralelogramos). Escribe las medidas de las diagonales y el área de cada rombo. Usa los rectángulos como guía.





Tecnos

Visita la página "El paralelogramo, esa forma irregular", y observa como algunos arquitectos han utilizado los paralelogramos como base para levantar sorprendentes edificios. Disponible en http://goo.gl/YvZsVv

a) Diagonal mayor = 6 cm

Diagonal menor = 2 cm

Área del rectángulo = $12\ cm^2$

Área del rombo = $6\ cm^2$

b) Diagonal mayor = 8 cm

Diagonal menor = 4 cm

Área del rectángulo = 32 cm

Área del rombo = 6 cm

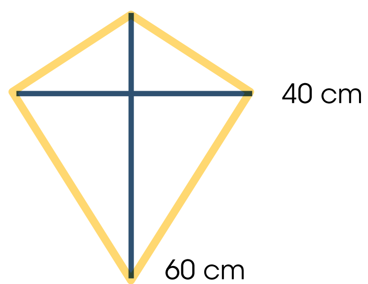
2 Observa tus resultados. ¿Cómo se relaciona el área de cada rombo con el área del rectángulo que lo rodea? Respuesta modelo: El área del rombo es la mitad del área del rectángulo.

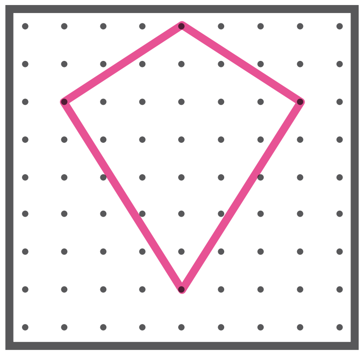
3 ¿Cómo puedes saber las medidas del rectángulo a partir de las medidas del rombo? Respuesta modelo: Las medidas de los lados del rectángulo coinciden con las de las diagonales del rombo.

4 Usa la misma idea que en la actividad 1 para calcular el área del romboide.

5 Calcula el área del papalote.

$1\,200\ cm^2$





Toma nota

Área de rombos y paralelogramos

Un cuadrilátero es una figura cerrada cuyos límites son cuatro rectas que se llaman lados. Algunos cuadriláteros tienen características especiales, por ejemplo, lados de igual medida, ángulos rectos o lados paralelos.

Un paralelogramo es un cuadrilátero que tiene dos pares de lados opuestos paralelos entre sí. Los rectángulos, cuadrados y rombos son paralelogramos. Calcular su área, equivale a calcular el área de un rectángulo con la misma base y la misma altura.

$$A = b \times h$$

Un rombo es un paralelogramo especial: sus diagonales son sus ejes de simetría, pues se cortan por sus puntos medios formando un ángulo recto. El área de un rombo se calcula fácilmente multiplicando la longitud de sus dos diagonales y dividiendo entre dos.

$$A = \frac{(D \times d)}{2}$$

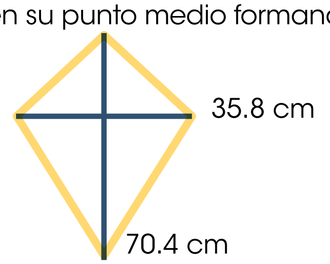
Un cuadrilátero en el cual sus diagonales se cortan en ángulo de 90° y solo una de ellas está cortada por su punto medio, se llama romboide. Para calcular el área de un romboide puedes usar la misma fórmula que usas para el área del rombo.

$$A = \frac{(D \times d)}{2}$$

Integra

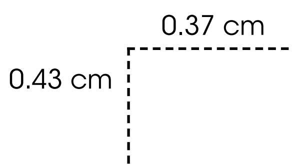
1 Usa lo que sabes para calcular el área de las figuras.

a) El papalote de Lorena está hecho con dos varitas de madera de 35.8 cm y 70.4 cm, que se cortan en su punto medio formando un ángulo de 90°. Calcula su área.



$A = \frac{35.8 \times 70.4}{2} = 1\,260.16 \text{ cm}^2$

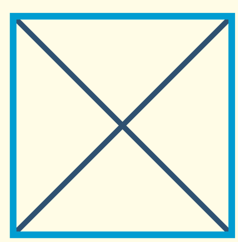
b) Manuel tiene un librero de forma singular. Con base en las medidas de la imagen, calcula el área de cada uno de los anaqueles. $A = 0.1591 \text{ m}^2 = 1\,591 \text{ cm}^2$



2 ¿Cuánto mide el área de todo el librero? Respuesta modelo: Mide 0.6364 m^2.

PIENSA EN...

- Un cuadrado tiene las mismas características que un rombo:
  a) lados iguales, y
  b) diagonales que se cortan en ángulo recto.
- Por ello, si se tiene un cuadrado y solo se conocen las medidas de sus diagonales, se puede calcular su área fácilmente.
- Calcula el área de la siguiente figura. Considera que sus diagonales miden 4 cm.



LECCIÓN 7 Proporcionalidad con números naturales

Explora

1 Martín y Alfredo comprarán frutas para preparar aguas frescas en el cumpleaños de su amiga Alejandra. En un puesto se ofrecen 3 kilos de fresa por $45.00.

a) ¿Cuál es el precio de 1 kg de fresa? $15.00

b) ¿Cuánto se pagará por 5 kg? $75.00

2 Martín observa que en otro puesto, se ofrecen 4 kg de fresas por $56.00 ¿En cuál de los dos puestos es más barata la fruta? Argumenta. Respuesta modelo: Cuesta menos en el segundo puesto, porque el precio por kilogramo de fresa es de 56/4 = $14.00, mientras que en el primero es de 45/3 = $15.00

3 En otro un puesto, por 7 kg se pagan $119.00. Completa la tabla correspondiente.

Costo ($)	17	51	119	153	187
Cantidad (kg)	1	3	7	9	11

4 En el ejercicio anterior, el costo total es proporcional a la cantidad de fruta que se quiera comprar, expresada en kilogramos. ¿Por qué número debes multiplicar la cantidad de fruta para saber el costo total? Respuesta modelo: Por $17, que es el precio por kilogramo, conocido también como valor unitario.

Aplica

1 Martín y Alfredo prepararon un concentrado para las aguas de fruta.

Alfredo preparó una jarra con 4 vasos de concentrado de fresa y 6 vasos de agua. Martín preparó una jarra con 6 vasos de concentrado de fresa y 12 vasos de agua. ¿Cuál de las dos jarras tendrá menos sabor a fresa?, ¿por qué? Respuesta modelo: La jarra de agua que preparó Martín tendrá menos sabor a fresa, pues la razón concentrado/agua es 6/12 = $\frac{1}{2}$ = 0.5, mientras que en la jarra que hizo Alfredo, la razón

concentrado/agua es 4/6 = 2/3 ≈ 0.67.

2 ¿Cuánto concentrado debería poner Martín, si quiere que su agua tenga el mismo sabor que la de Alfredo? Completa la tabla con las cantidades.

Vasos de concentrado	$\frac{3}{10}$ = 0.67	2	4	6	10	20
Vasos de agua	1	3	6	9	15	30

3 Para asegurarse de que todas las jarras de agua tengan el mismo sabor, Alejandra sirve el agua y el concentrado en vasos, por separado. Por cada tres vasos de agua, sirve dos de concentrado de fresa. Observa la tabla que corresponde a la preparación hecha por Alejandra y escribe los datos que faltan.

Vasos de concentrado	$\frac{4}{6}$	$\frac{8}{6}$	$\frac{12}{6}$ = 2	$\frac{16}{6}$	$\frac{20}{6}$	$\frac{24}{6}$ = 4	$\frac{28}{6}$	$\frac{32}{6}$
Vasos de agua	1	2	3	4	5	6	7	8

4 ¿Qué puedes concluir respecto a la proporción adecuada entre agua y concentrado? Explica. Respuesta modelo: Que por cada vaso de agua, se necesita $\frac{1}{2}$ vaso de concentrado.

Toma Nota

Proporciones y comparación de razones

Una razón entre dos cantidades suele expresarse con una fracción. En las actividades anteriores, empleamos la razón concentrado/agua y vimos que mientras mayor sea esta razón, más sabor a fresa tendrá el agua.

De esta manera, aunque las cantidades sean diferentes, podemos comparar la concentración de fruta en las dos preparaciones diferentes.

- Alfredo prepara el agua de fresa con una razón concentrado/agua de: $\frac{4}{6} \approx 0.67$
- Martín prepara el agua de fresa con una razón concentrado/agua de $\frac{1}{2} = 0.5$
- Alejandra prepara el agua de fresa con una razón concentrado/agua de $\frac{2}{3} \approx 0.67$

Observa que las razones $\frac{4}{6}$ y $\frac{2}{3}$ son iguales, por lo tanto, las fórmulas de Alfredo y

Alejandra son proporcionales. En cambio, como las razones $\frac{4}{6}$ y $\frac{1}{2}$ no son iguales, las fórmulas de Alfredo y Martín no son proporcionales. Dado que $\frac{4}{6} > \frac{1}{2}$, la fórmula de Alfredo sabe más a fresa que la fórmula de Martín.

Factor de proporcionalidad

En una relación de proporcionalidad, la razón asociada se llama factor de proporcionalidad. En el caso de Martín, sin importar la cantidad de agua que prepare, por cada vaso de concentrado de fresa, debe agregar $\frac{1}{2} = 0.5$ vasos de agua; en tanto, Alfredo, por cada vaso de concentrado de fresa debe agregar $\frac{2}{3} \approx 0.67$ vasos de agua; este cociente es el factor de proporcionalidad.

Integra

1 El pasatiempo de Alejandra es andar en bicicleta; si recorre 3 km en 1/2 hora, ¿cuántos kilómetros recorrerá en 2 horas? 12 km

2 Martín recorre 15 km en 2 horas. ¿Cuántos kilómetros recorrerá en 6 horas, si mantiene la misma velocidad? 45 km

3 Alfredo recorre 32 km en 4 horas. ¿Cuántos kilómetros recorrerá en 3 horas, si mantiene su velocidad? 24 km

4 Completa las tablas para conocer las distancias en kilómetros que recorre cada uno.

a) Alejandra

Distancia (km)	6	18	30	42	63
Tiempo (h)	1	3	5	7	9

b) Alfredo

Distancia (km)	8	20	28	32	36
Tiempo (h)	1	$2\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	4	$4\frac{1}{2}$

c) Martín

Distancia (km)	6	15	$22\frac{1}{2}$	30	45
Tiempo (h)	1	2	3	4	6

5 A la razón distancia/tiempo se le llama *velocidad* y se expresa en km/h. Calcula la velocidad de los recorridos en bicicleta de cada uno de los amigos.

a) Alejandra: 6/1 = 6 km/h

b) Alfredo: 32/4 = 8 km/h

c) Martín: 15/2 = 7.5 km/h

6 Alfredo le regalará paquetes de canicas a su hermano menor. Al analizar los precios, se da cuenta de que el costo es proporcional al número de paquetes: 3 paquetes cuestan $126.00; 5 paquetes, $210.00. ¿Cuál es el precio de un paquete?

$42.00

7 En la tienda hay un cartel anunciando esta promoción: "Por cada tres paquetes de canicas regulares, te regalamos $\frac{1}{2}$ paquete de canicas de colores diamantados". Si a Alfredo le entregaron 7 paquetes en total, incluyendo los medios paquetes de obsequio, ¿cuántos paquetes de canicas pagó? 6 paquetes

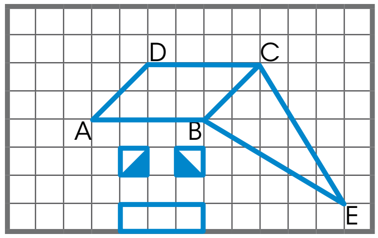
8 Alfredo quiere que le regalen $\frac{11}{2}$ paquetes de colores diamantados. ¿Cuántos paquetes de canicas necesita comprar? 9 paquetes

9 Completa la tabla.

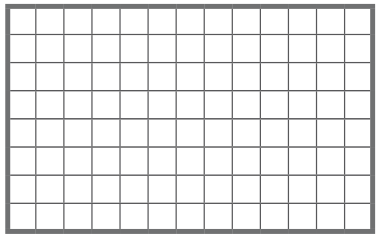
Obsequio	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
Paquetes comprados	1	2	3	4	5	6
Total	1	2	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{2}$	7

10 Multiplica la proporción obsequio/paquetes comprados = $\frac{1}{6}$ por el número de paquetes para calcular los obsequios correspondientes a las diferentes compras.

Fernando y su mamá están haciendo la tarea que les dejaron como parte del proyecto "Tareas con papás". Deben reproducir esta composición geométrica.



1. Reproduce la composición en la siguiente cuadrícula.



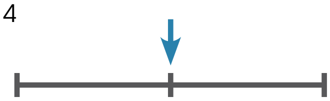
2. Analiza esta figura que es parte de la composición anterior. 
Marca con ✔ todas las representaciones que expresan correctamente qué porción del cuadrado está sombreada.

a) $\frac{1}{2}$ ✔

b) 0.5 ✔

c) 0.05

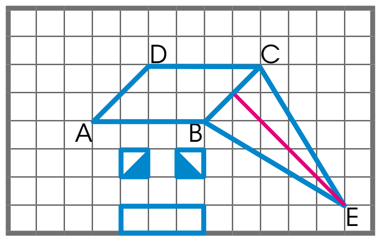
d) $\frac{1}{4}$

e) 

✔

3. Fernando y su mamá se tardaron 1.2 horas resolviendo su tarea. Explica el significado del número 2 que aparece después del punto decimal. RM: Significa 2/10 de hora, y como 2/10 = 12/60, Fernando y su mamá tardaron 1 hora con 12 minutos en resolver la tarea.

4. Traza la altura del triángulo *BCE*, que pasa por el vértice *E*.



5. Haz lo siguiente considerando que cada cuadrito es una unidad de superficie y su lado es una unidad de distancia.

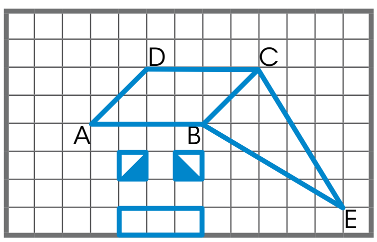
Identifica:

a) la medida de la base del paralelogramo *ABCD* 4 u

b) la medida de la altura del paralelogramo *ABCD* 2 u

Calcula:

c) el área del paralelogramo *ABCD*. $A = \frac{2 \times 4}{2} = 4u^2$



Evaluación

6. Explica cómo puedes calcular el área del paralelogramo, si conoces la medida de la base y de la altura. Con la formula $A = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$

7. En el salón de clases, la profesora pidió a los alumnos que reprodujeran la composición geométrica de la tarea en una cuadrícula más grande. Fernando midió con su regla y vio que el perímetro de este cuadrado es de 25 cm. Calcula cuánto mide cada lado.

Como el perímetro mide 25 cm, cada lado mide 25/4 = 6.25 cm

8. Posteriormente, la maestra pidió que hicieran una serie de cuadrados con las siguientes medidas:

Cuadrado	1	2	3	4	5
Medida del lado	2 cm	4 cm	6 cm	8 cm	10 cm

Analiza la tabla e identifica el factor de proporcionalidad. ¿Por cuánto se multiplica el número que identifica a cada cuadrado para obtener la medida del lado en centímetros?

Se multiplica por 2.

Reactivo	Lección	Contenido	Acción	Complejidad
1	5	Reproducción de figuras usando una cuadrícula en diferentes posiciones como sistema de referencia.	Reproduce	Media
2	1	Conocimiento de diversas representaciones de un número fraccionario: con cifras, mediante la recta numérica, con superficies, etc. Análisis de las relaciones entre la fracción y el todo.	Identifica	Baja
3	2	Análisis del significado de la parte decimal en medidas de uso común. Por ejemplo, 2.3 metros, 2.3 horas.	Analiza	Alta
4	4	Localización y trazo de las alturas en diferentes triángulos.	Traza, muestra, construye	Media
5	6	Construcción y uso de una fórmula para calcular el área de paralelogramos (rombo y romboide).	Usa, aplica, computa	Media
6	6	Construcción y uso de una fórmula para calcular el área de paralelogramos (rombo y romboide).	Explica, generaliza, formula	Alta
7	3	Resolución de problemas que impliquen una división de números naturales con cociente decimal.	Calcula	Baja
8	7	Identificación y aplicación del factor constante de proporcionalidad (con números naturales) en casos sencillos.	Identifica	Baja

UNIDAD 3

• ACTIVA TUS COMPETENCIAS •

- ¿En qué parte del mapa Julieta ocupó más papel, en la rosa o en la verde fuerte?
- ¿Cada cuántos cm debe haber una marca en la parte amarilla del mapa si mide 56 cm y debe haber 9 marcas?
- ¿Cuántos decímetros cuadrados mide el papel naranja?
- ¿Cuánto le costaron 5 rollos de 3 rollos cada uno?

LECCIÓN 1 Fracciones equivalentes

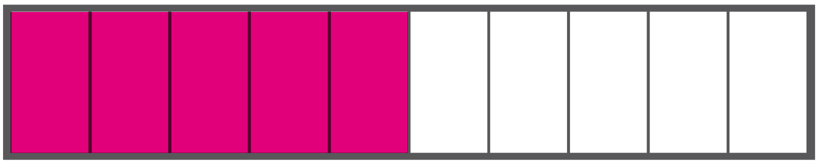
Explora

1 El abuelo de Rodrigo y Karen les regaló una barra de chocolate en forma rectangular para los dos. A Rodrigo le tocaron $\frac{5}{10}$ y a Karen $\frac{2}{4}$ del chocolate. ¿La forma en que repartieron el chocolate fue equitativa?

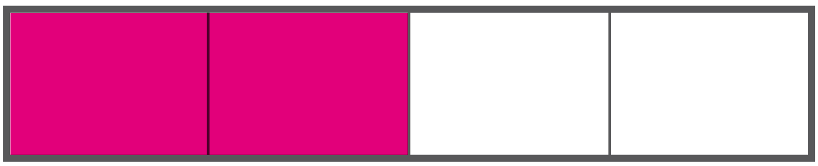
Respuesta modelo: Sí, porque $\frac{5}{15} = \frac{1}{2} = \frac{2}{4}$

El chocolate tiene la siguiente forma. Observa la figura y haz lo que se solicita.

a) Rodrigo se comió $\frac{5}{10}$. Divide el dibujo del chocolate en 10 partes iguales y colorea la fracción $\frac{5}{10}$.



b) Karen se comió $\frac{2}{4}$. Divide el chocolate en 4 partes iguales y colorea la fracción $\frac{2}{4}$.



2 Contesta con base en los dibujos anteriores.

a) Si los niños comieron cantidades iguales de chocolate, ¿por qué las fracciones que las representan tienen diferentes números? Respuesta modelo: Porque corresponden a dos maneras de representar la misma fracción.

b) ¿Cómo se llaman las fracciones que representan la misma parte del entero, aunque se escriban de diferente manera? Fracciones equivalentes.

Tema: Números y sistemas de numeración
Contenido: Comparación de fracciones con distinto denominador, mediante diversos recursos.

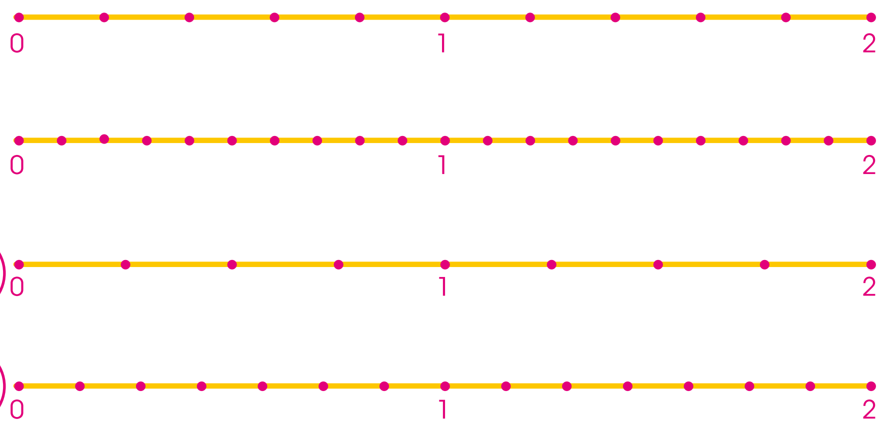
3 La recta numérica también sirve para identificar fracciones equivalentes. Ubica las fracciones en la recta y observa cuáles quedan en el mismo punto. Márcalas.

$\frac{3}{5}$

$\frac{6}{10}$

$\frac{8}{4}$

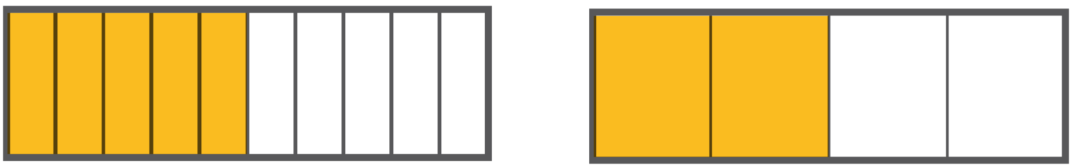
$\frac{14}{7}$



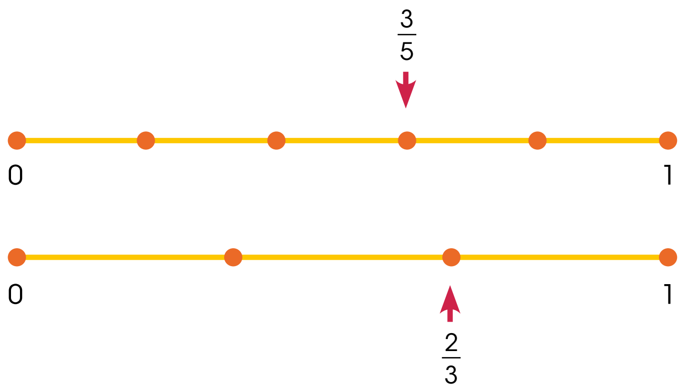
Toma nota

Comparación de fracciones

Dos fracciones son equivalentes si representan la misma parte de un total. Para comparar fracciones usando un modelo gráfico es necesario identificar la unidad, dividirla en tantas partes como indica el denominador y destacar tantas partes como señala el numerador.



$\frac{5}{10}$ equivale a $\frac{2}{4}$



Para expresar el resultado de una comparación de fracciones se usan los símbolos: = (igual, equivale a), < (menor que), > (mayor que).

$\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ $\quad\quad$ $\frac{3}{5} < \frac{2}{3}$ $\quad\quad$ $\frac{2}{3} > \frac{3}{5}$

Toma nota

Dos fracciones son equivalentes si puede llegarse de una a la otra aplicando al numerador y al denominador un mismo factor de proporcionalidad.

$$\frac{5}{10} \underset{\div 5}{\overset{\div 5}{=}} \frac{1}{2} \underset{\times 2}{\overset{\times 2}{=}} \frac{2}{4}$$

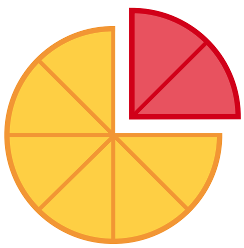
Para comparar fracciones con diferente denominador conviene buscar un denominador común para expresar con el mismo denominador las fracciones por comparar:

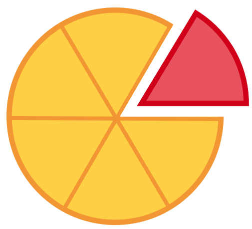
$$\frac{3}{4} \underset{\times 7}{\overset{\times 7}{=}} \frac{21}{28} \qquad \frac{5}{7} \underset{\times 4}{\overset{\times 4}{=}} \frac{20}{28}$$

y ya que: $\frac{21}{28} > \frac{20}{28}$, tenemos que: $\frac{3}{4} > \frac{5}{7}$

Aplica

1 Observa las fracciones. ¿Cuál es mayor?





a) Fracción A = $\frac{2}{8}$ Fracción B = $\frac{1}{6}$

b) La fracción mayor es: $\frac{2}{8}$

2 Escribe el signo <, > o = según corresponda, y representa cada fracción en el recuadro.

a) $\frac{3}{5}$ $\boxed{<}$ $\frac{7}{9}$ **b)** $\frac{4}{8}$ $\boxed{=}$ $\frac{5}{10}$ **c)** $\frac{6}{10}$ $\boxed{=}$ $\frac{3}{5}$ **d)** $\frac{4}{5}$ $\boxed{>}$ $\frac{3}{4}$

3 De los pares de fracciones anteriores, ¿cuáles son equivalentes?

RM: $\frac{4}{8}$ equivale a $\frac{5}{10}$ y $\frac{6}{10}$ equivale a $\frac{3}{5}$

Integra

1 Ordena las fracciones de menor a mayor: $\frac{5}{6}, \frac{4}{5}, \frac{7}{8}, \frac{3}{4}$

$\frac{3}{4} < \frac{4}{5} < \frac{5}{6} < \frac{7}{8}$

2 Encierra la fracción mayor: $\frac{3}{5}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{8}$

3 En cada inciso, completa la fracción de tal manera que formes una fracción equivalente a la primera.

a) $\frac{18}{63} = \frac{6}{21}$

b) $\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$

c) $\frac{2}{8} = \frac{30}{120}$

d) $\frac{25}{50} = \frac{1}{2}$

4 Compara las fracciones usando los símbolos: >, <, =.

a) $\frac{1}{2} \boxed{<} \frac{2}{4}$

b) $\frac{1}{2} \boxed{<} \frac{2}{3}$

c) $\frac{5}{6} \boxed{<} \frac{8}{9}$

d) $\frac{2}{3} \boxed{=} \frac{4}{6}$

e) $\frac{2}{5} \boxed{>} \frac{2}{6}$

f) $\frac{5}{8} \boxed{>} \frac{7}{12}$

g) $\frac{3}{5} \boxed{<} \frac{8}{15}$

h) $\frac{3}{7} \boxed{<} \frac{2}{4}$

i) $\frac{7}{9} \boxed{<} \frac{10}{12}$

j) $\frac{4}{7} \boxed{<} \frac{9}{14}$

k) $\frac{5}{7} \boxed{>} \frac{5}{8}$

l) $\frac{4}{15} \boxed{>} \frac{3}{12}$

Tecnos

Revisa el texto "Fracciones equivalentes" en *E+educaplus.org,* y diviértete con las fracciones equivalentes: http://goo.gl/LNBT9A

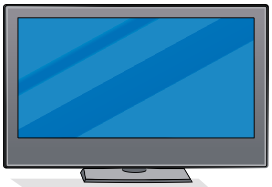
Sabías que...

La palabra *fracción* tiene su origen en el término en latín *fractus* que, a su vez, es una traducción de la palabra árabe *al-kasr*, que quiere decir "roto", "quebrado".

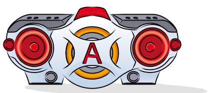
Las fracciones se emplean para expresar algunas situaciones que no pueden representarse con números naturales; por ejemplo, cuando deseamos expresar medidas que no son enteras.

LECCIÓN 2 Cálculo mental

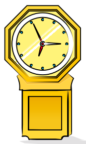
Explora



$6 890.25



$1 780.25



$985.50

$1 250.75

1 Felipe acompaña a Porfirio a comprar algunos aparatos electrónicos: un reproductor de DVD, una grabadora, un reloj electrónico y una televisión. Para saber si les alcanzará el dinero para comprar todos los aparatos, deciden hacer una suma rápida redondeando todas las cantidades al múltiplo más cercano de $250. Así, las cantidades que deben sumar son: 1250 + 1000 + 1750 + 6 750.

a) ¿Cuánto dará esta suma? 9 000 + 1 750 = 10 750

b) Ahora haz la suma con enteros y decimales: 10 906.75

2 Con esta estrategia, los jóvenes han aproximado rápidamente el resultado final de la suma. Suma nuevamente, pero ahora aproxima el resultado a múltiplos de 100:

1 300 + 1 000 + 1 800 + 6 900 = 9 000 + 2 000 = 11 000

3 En el caso anterior, ¿el error es mayor o menor que $100? Argumenta tu respuesta. RM: Como aproximamos a múltiplos de 100, suponemos que el error será menor que $100.

4 Porfirio pidió prestado dinero a la caja de ahorro de su trabajo y deberá pagar la deuda en tres meses. Sus pagos mensuales son: el primero de $1 250.75, el segundo de $975.25 y el tercero de $525.50. Calcula el total que Porfirio debe pagar. Usa las tres estrategias que te proponemos:

a) Redondeando a múltiplos de 50. (Se espera que el error en el resultado sea menor que 50.) 1 250 + 1 000 + 550 = 2 800

b) Redondeando al entero más cercano para aproximar el resultado, en caso de 0.50 redondea hacia arriba. (Se espera que el error en el resultado sea menor que un entero): 1 251 + 975 + 526 = 2 752

c) Redondeando al entero bajo más próximo y ajustando con la suma de decimales. (Se espera que el error en el resultado sea menor que un centésimo): 1 250 + 975 + 524 + 0.75 + 0.25 + 0.50 = 2 749 + 1.50 = 2 750.50 (resultado exacto hasta centavos).

Mate TIP

Puedes aproximar una suma redondeando a diferentes números según la precisión que necesites. Mientras más preciso sea tu redondeo, más preciso será el resultado, pero el proceso de la suma será más largo.

Tema: Problemas aditivos
Contenido: Uso del cálculo mental para resolver adiciones y sustracciones con números fraccionarios y decimales.

Aplica

1 Felipe quiere calcular el peso de algunas bolsas de fruta que compró en el mercado. En la siguiente lista, redondea la cantidad hasta décimos y hasta medios kilos. Al final, haz las dos sumas y compáralas.

Fruta	Cantidad	Redondeo a décimos (0.100 kg)	Redondeo a medios kilos (0.500 kg)
Jícama	1.535 kg	1.5 kg	1.5 kg
Naranja	3.260 kg	3.3 kg	3.5 kg
Pepino	2.320 kg	2.3 kg	2.5 kg
Limón	1.780 kg	1.8 kg	2.0 kg
Chile piquín	0.241 kg	0.2 kg	0.0 kg
Suma	9.136 kg	9.1 kg	9.5 kg

a) ¿El resultado de la suma en la que se redondeó a décimos es correcto hasta décimos? Sí.

b) A la cantidad real, réstale la cantidad aproximada con décimos. ¿De qué tamaño fue el error? 0.036

c) ¿Hasta dónde es correcto el resultado de la suma redondeada a medios kilos? Hasta kilos enteros.

d) A la cantidad aproximada con medios kilos réstale la cantidad real. ¿De qué tamaño fue el error? 0.364

Mate TIP

Observa que, al elegir el tamaño del redondeo, en realidad estás eligiendo el tamaño de error aproximado.

Toma nota

El **cálculo mental** es una solución importante a muchos problemas cotidianos. Observa estos ejemplos de sus aplicaciones:

Redondeo. Se trata de elegir un tamaño aproximado del error que se puede permitir para hacer una operación más simple. Redondear significa eliminar la parte más pequeña de una cantidad. Es muy útil para hacer operaciones con enteros y decimales.

Mínimo denominador común. Al sumar o restar fracciones con distintos denominadores, es necesario encontrar un denominador común; una manera de hacerlo es multiplicar los denominadores, pero el cálculo directo del denominador común más pequeño hará que la operación sea más sencilla, por ejemplo:

$$\frac{7}{6}-\frac{3}{4}=\overset{\times 4}{\underset{\times 4}{\frac{28}{24}}}-\overset{\times 6}{\underset{\times 6}{\frac{18}{24}}}=\frac{10}{24}=\frac{5}{12}$$

Si identificas que el 12 aparece en la tabla del 6 y en la tabla del 4, sabrás que el mínimo denominador común de las fracciones es 12:

$$\frac{7}{6}-\frac{3}{4}=\overset{\times 2}{\underset{\times 2}{\frac{14}{12}}}-\overset{\times 3}{\underset{\times 3}{\frac{9}{12}}}=\frac{5}{12}$$

Integra

1 Ayuda a Porfirio a hacer las operaciones.

a) $\frac{1}{6}+\frac{1}{8}=\frac{4}{24}+\frac{3}{24}=\frac{7}{24}$

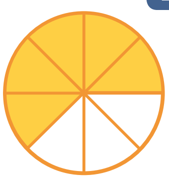
b) $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{3}{6}-\frac{2}{6}=\frac{1}{6}$

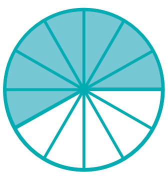
c) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{6}{12}+\frac{4}{12}+\frac{3}{12}=\frac{3}{12}$

d) $\frac{5}{6}-\frac{4}{15}=\frac{25}{30}-\frac{8}{30}=\frac{17}{30}$

e) $\frac{11}{12}-\frac{6}{5}=\frac{55}{60}-\frac{24}{60}=\frac{31}{60}$

2 En la fiesta de Felipe hubo dos pasteles: uno lo partieron en octavos y el otro en doceavos. Del primer pastel quedaron 5 rebanadas y del segundo, 7 rebanadas. Felipe quiere sacar rebanadas iguales de lo que queda de los dos pasteles. ¿De qué tamaño serán las rebanadas? ¿Cuántas saldrán en total?





Respuesta modelo: Sumando lo que quedó de cada pastel: $\frac{5}{8}+\frac{7}{12}=\frac{15}{24}+\frac{14}{24}=\frac{29}{24}$, lo que significa que las rebanadas serán de $\frac{1}{24}$ y saldrán 29.

Piensa en...

- Hace 5 000 años, los babilonios usaban un sistema de numeración de base 60, y sus fracciones las escribían usando el 60 como denominador, lo cual les permitía hacer fácilmente operaciones fraccionarias con denominadores: 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 y 60. Del mismo modo, al dividir una hora en 60 minutos, usamos los numeradores de fracciones con denominador 60:

$\frac{1}{2}$ hora = $\frac{30}{60}$ hora = 30 minutos

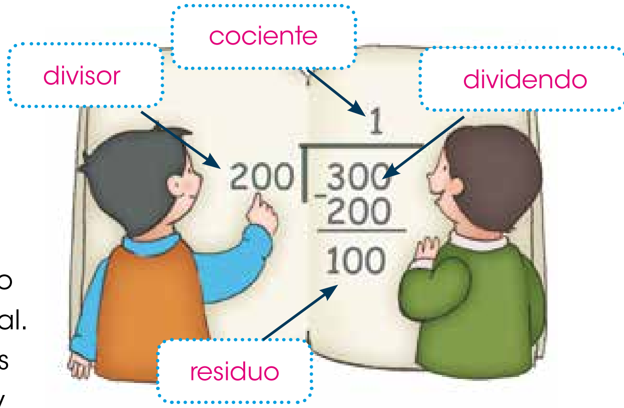
$\frac{1}{4}$ hora = $\frac{15}{60}$ hora = 15 minutos

$\frac{1}{5}$ hora = $\frac{12}{60}$ hora = 12 minutos

LECCIÓN 3 Divisiones

Explora

1 Rubén y Ángel estudian para un examen y, para practicar su cálculo mental, se les ocurrió inventar un juego con divisiones para resolver entre ellos. La idea es que no utilicen la calculadora, solo cálculo mental. Rubén le dice a Ángel que inventen varias divisiones que tengan un mismo residuo y propone estas:



Escribe en cada recuadro el nombre que reciben las partes de la división.

300 | 500   300 | 800   300 | 1100   300 | 1400

a) ¿Todas las divisiones propuestas tienen el mismo residuo? No

b) ¿Qué estrategia se te ocurre para que siempre obtengas cómo residuo 50? Argumenta tu respuesta. Respuesta modelo: Se puede tomar un número mayor que 200, que será el divisor y multiplicarlo por otro número, que será el cociente y al resultado de la multiplicación, sumarle 50 para obtener el dividendo. Por ejemplo, $250 \times 4 + 50 = 1\,000 + 50 = 1\,050$; dividendo: 1 050, divisor: 250, cociente: 4 y residuo: 50.

Aplica

1 Ángel recuerda que multiplicar es la operación inversa de dividir, y que a partir de la multiplicación de dos cantidades pueden obtenerse el dividendo, el divisor y el cociente de una división exacta. Por ejemplo, de las multiplicaciones $3 \times 100 = 300$, $4 \times 100 = 400$, $5 \times 100 = 500$ y $6 \times 100 = 600$, se obtienen estas divisiones:

100 | 300   100 | 400   100 | 500   300 | 600

a) ¿Cómo es el residuo en las divisiones exactas? Respuesta modelo: Es igual a cero.

2 Ángel le comenta a Rubén: "Al observar las divisiones, entendí que si quiero que siempre me dé como residuo 50, debo agregar a cada multiplicación el número 50". Así que propone nuevamente las operaciones, pero sumándoles 50. Ayúdale a resolverlas.

Tema: Problemas multiplicativos
Contenido: Análisis de las relaciones entre los términos de la división, en particular, la relación $r = D - (d \times c)$, a través de la obtención del residuo en una división hecha en la calculadora.

$(3 \times 100) + 50 =$ 350 350 $(5 \times 100) + 50 =$ 550 550

$(4 \times 100) + 50 =$ 450 450 $(6 \times 100) + 50 =$ 650 650

a) Escribe las divisiones asociadas a las multiplicaciones anteriores y calcula su cociente y residuo.

$$\begin{array}{r|l} & \;\;3 \\ \hline 100 & 350 \\ & 300 \\ & \;\;50 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} & \;\;4 \\ \hline 100 & 450 \\ & 400 \\ & 050 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} & \;\;5 \\ \hline 100 & 550 \\ & 500 \\ & 050 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} & \;\;6 \\ \hline 100 & 650 \\ & 600 \\ & 050 \end{array}$$

3 Rubén comenta: "Entonces, si quiero que el residuo sea otro número, digamos 35, debo sumar este número al resultado de la multiplicación, para obtener el dividendo". Y propone lo siguiente:

$$(5 \times 100) + 35 = 500 + 35 = 535$$

Escribe y resuelve la división, y verifica si el residuo es 35, como asegura Rubén.

$$\begin{array}{r|l} & \;\;5 \\ \hline 100 & 535 \\ & 500 \\ & \;\;35 \end{array}$$

4 Con este procedimiento, los amigos plantean varias divisiones en las que controlan el residuo que quieren obtener. Verifica las siguientes:

Factor que será el divisor	Factor que será el cociente	Residuo	Dividendo
100	3	35	$(100 \times 3) + 35 = 335$
70	5	35	$(70 \times 5) + 35 = 385$
40	8	35	$(40 \times 8) + 35 = 355$
20	10	35	$(20 \times 10) + 35 = 235$

5 Resuelve en tu cuaderno las divisiones que corresponden a las multiplicaciones anteriores. Observa la última. ¿Se obtuvo un residuo de 35? Explica.

Respuesta modelo: No, porque el dividendo 20 cabe una vez en el 35 y el residuo es 15.

6 Reflexiona: ¿por qué, aunque se partió de una división exacta ($200 \div 20 = 10$) y se le sumó la cantidad propuesta para ser residuo (35), no se obtuvo dicha cantidad como residuo? Respuesta modelo: Porque el residuo nunca puede ser mayor que el divisor; por ejemplo, si una cantidad se repartirá entre 20 niños, no pueden sobrar más de 20.

Toma nota

Multiplicación y división

Una división exacta es la operación inversa a la multiplicación con números naturales. Por ejemplo, la división $51 \div 17 = 3$ es inversa a la multiplicación $17 \times 3 = 51$.

Existen también divisiones con residuo, por ejemplo: $60 \div 17 = 3$ y sobran 9. Estas divisiones se relacionan con una multiplicación y una suma, de la siguiente manera:

$(17 \times 3) + 9 = 51 + 9 = 60$, donde **Dividendo** = (**divisor** × **cociente**) + residuo

Esto se expresa con la fórmula: $\mathbf{D} = (\mathbf{d} \times \mathbf{c}) + \mathbf{r}$

Es importante mencionar que el residuo siempre es menor que el divisor.

El residuo también se puede calcular directamente con la siguiente fórmula: $\mathbf{r} = \mathbf{D} - (\mathbf{d} \times \mathbf{c})$. Esta relación se puede expresar así: "el residuo es lo que queda al restar al dividendo el resultado de multiplicar el divisor por el cociente".

Recuerda que en esta expresión, todas las cantidades son números enteros.

Integra

1 Escribe en tu cuaderno un problema con base en las siguientes divisiones. El problema debe tomar en cuenta el residuo. Respuesta libre.

a) $230 \div 40 =$ **b)** $1\,750 \div 300 =$

2 La multiplicación puede considerarse como una suma repetida de un número; de forma similar, la división puede considerarse la sustracción reiterada de un número. Resuelve la división restando el divisor varias veces: $79 \div 25 =$

a) ¿Cuántas veces tuviste que restar 25 a 79? Tres veces.

b) ¿Cuánto te queda como residuo? 4

c) Por lo tanto, podrías expresar el residuo como

4 = 79 – 25 × 3

3 Escribe las divisiones $230 \div 40$ y $1750 \div 300$, en la forma residuo = dividendo – (divisor × cociente)

$30 = 230 - (40 \times 5)$
$250 = 1\,750 - (300 \times 5)$

4 Resuelve el problema.

Para la fiesta de Miguel, su mamá tiene 335 dulces y quiere hacer bolsitas con 20 dulces cada una. ¿Cuántos dulces sobrarán después de hacer las bolsitas? Explica tu respuesta.

Como: residuo = dividendo – (divisor × cociente), usando la calculadora, tenemos 335 ÷ 20 = 16.75
Entonces, residuo = 335 – (20 × 16) = 335 – 320 = 15, que es la cantidad de bolsitas que sobrarán.

5 Usa tu calculadora para encontrar los residuos de las divisiones. Recuerda que la calculadora te indicará un cociente con punto decimal, y debes emplear solamente la parte entera para calcular el residuo.

a) 345 ÷ 28 = Cociente: 12. Residuo: 9.

b) 187 ÷ 35 = Cociente: 5. Residuo: 12.

c) 2938 ÷ 41 = Cociente: 71. Residuo: 27.

Piensa en...

- ¡Resuelve el siguiente problema.
- Se repartieron 47 discos compactos entre 8 niños y le tocaron 5 a cada uno, ¿cuántos discos sobraron?

Mate TIP

Cuando usas la calculadora para resolver una división, no te aparece el residuo. Por ejemplo, en un problema te indican que se quieren repartir 11 cochecitos entre 2 niños, la operación en calculadora sería:

$$11 \div 2 = 5.5$$

Hay un truco sencillo para calcular el residuo en este caso, que es usar la fórmula residuo = dividendo – (divisor × cociente), y tomar como cociente solo la parte entera del resultado que te indicó la calculadora. Para el caso anterior, tenemos:

dividendo = 11, divisor = 2, cociente = 5,
residuo = 11 – (2 × 5) = 11 – 10,
residuo = 1

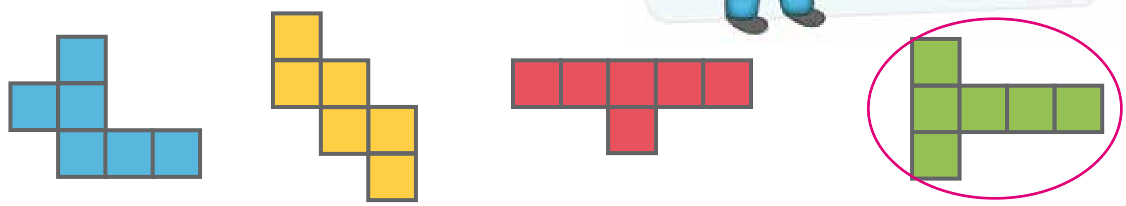
Esto significa que al repartir 11 cochecitos entre 2 niños le tocarán 5 a cada quien y sobrará 1 cochecito (porque no tiene sentido repartirlo).

Usa este truco para calcular el residuo en las divisiones que hagas con tu calculadora.

LECCIÓN 4 Construcción de cuerpos geométricos

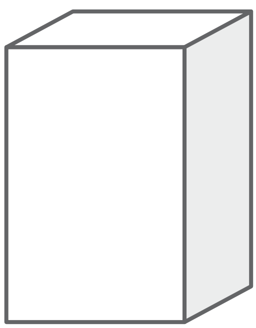
Explora

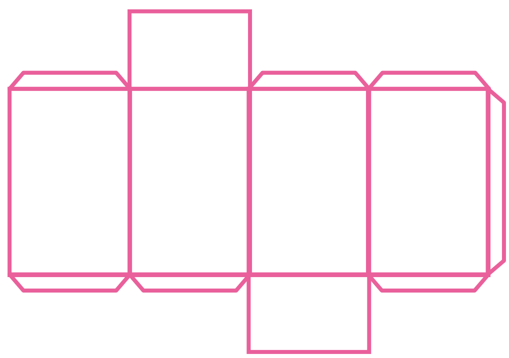
1 Olivia compró papel para envolver un regalo para su sobrino. Su amigo Daniel ve que la caja tiene forma de cubo y le ayuda a cortar las siguientes secciones de papel:



a) ¿Cuál de los recortes le sirve a Olivia para forrar la caja? Enciérralo.

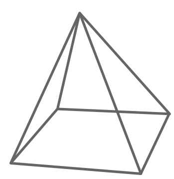
2 Olivia también hará un forro para una caja como la siguiente. Ayúdala trazar el forro.

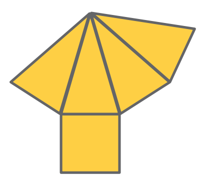




3 Olivia quiere hacer una lámpara con forma de pirámide, como la siguiente.

4 Para entender mejor esta actividad, te sugerimos que armes tu propia lámpara. Observa la figura y responde.





a) Si haces tu lámpara con palitos, ¿cuántos necesitarás? 8 palillos

b) Si usaras bolitas de plastilina o unicel para unir los palitos. ¿Cuántas bolitas necesitarás? 5

c) ¿Cuántas figuras geométricas necesitarás para cubrir las caras?
4 triángulos y 1 cuadrado.

Tema: Figuras y cuerpos
Contenido: Construcción de cuerpos geométricos con distintos materiales (incluyendo cono, cilindro y esfera). Análisis de sus características referentes a la forma y al número de caras, vértices y aristas.

5 Piensa en una lámpara en forma de cubo y escribe cuánto material necesitas para construirla.

a) Número de aristas (palitos): 12

b) Número de vértices (bolitas): 8

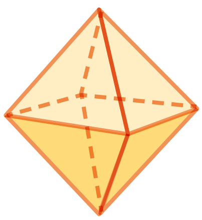
c) Número de caras (figuras de papel): 6

Toma nota

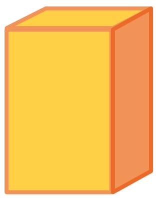
Los **cuerpos geométricos** son superficies cerradas que contienen un volumen. Se distinguen dos tipos:

a) **Poliedros**. Su superficie está delimitada por caras poligonales. Se dividen en tres clases.

- Poliedros regulares. Todas sus caras son polígonos regulares iguales, los cuales, al unirse forman ángulos iguales.



- Poliedros irregulares. Presentan caras y ángulos desiguales. Entre ellos destacan:
  - Prismas. Tienen dos bases poligonales iguales, unidas por caras laterales con forma de paralelogramos.



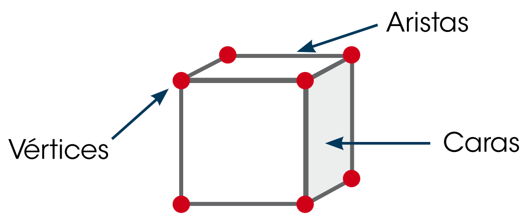
  - Pirámides. Tienen una base poligonal y todas sus demás caras son triángulos que parten de los lados de la base y se unen en un vértice común a todos.

b) **Cuerpos redondos**. Al menos una de sus superficies es curva: cilindro, cono, esfera.

Tecnos

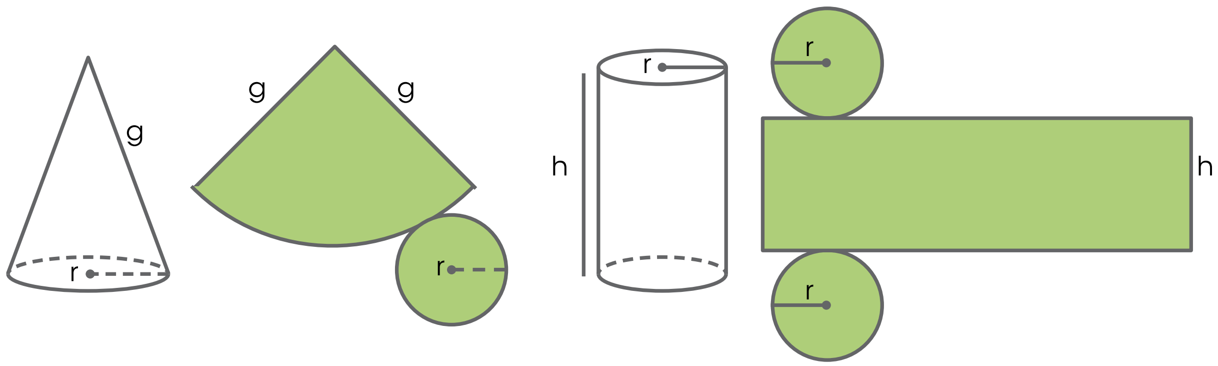
Visita la sección "Sólidos platónicos", en la página Disfruta las matemáticas, para que conozcas más sobre los poliedros regulares. Disponible en http://goo.gl/31nPA0

En los poliedros podemos identificar las caras, que son polígonos, las aristas, que son segmentos de recta donde se unen las caras, y los vértices, que son puntos donde se unen las aristas.



Integra

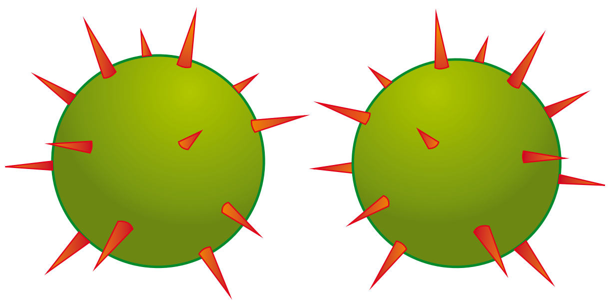
Construir cuerpos redondos empleando papel doblado puede resultar difícil, ya que una superficie plana (hoja de papel) tiene características espaciales diferentes de las superficies curvas. Es posible construir cilindros y conos usando desarrollos como los siguientes:



Sin embargo, no se puede hacer un desarrollo para construir una esfera empleando una hoja de papel.

1 En equipos hagan esta actividad.

Usen una bolita de unicel y palillos para crear un modelo de esfera. Llenen la bolita con muchos palillos del mismo tamaño. Obtendrán un objeto parecido a un erizo de mar. Si tienen cuidado de que todos los palillos queden a la misma distancia del centro, su modelo rodará como si fuera una pelota.



Piensa en...

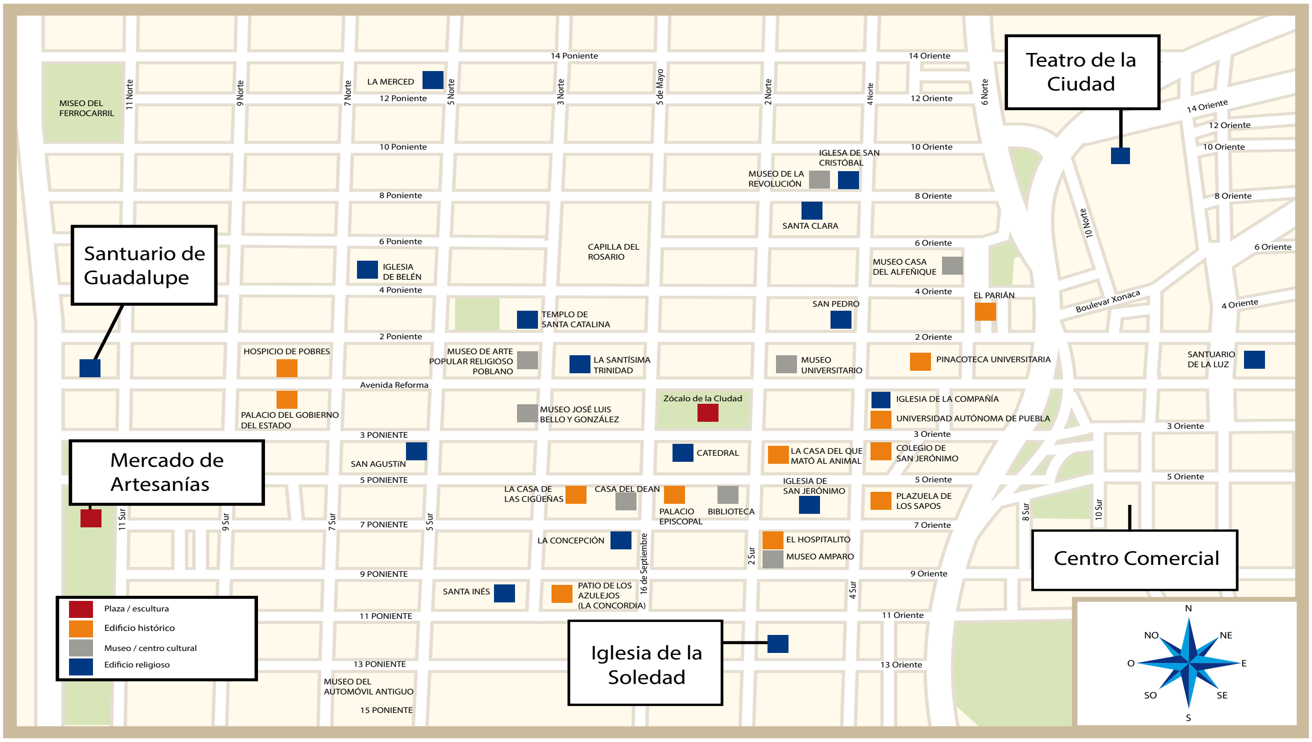
- ¿Qué cuerpo geométrico tiene menos caras, menos aristas y menos vértices?

Respuesta modelo: El tetraedro, que tiene 4 caras, 6 aristas y 4 vértices.

LECCIÓN 5 Mapas y croquis

Explora

Federico y Miriam están de visita en la ciudad de Puebla y están usando el siguiente mapa para orientarse.



1 Federico y Miriam se encuentran en el zócalo de la ciudad y necesitan llegar al Teatro de la Ciudad, pero en el camino les gustaría visitar otros sitios.

a) Describe una ruta que les permita llegar al teatro pasando por el Santuario de la Luz. Respuesta libre.

b) Describe una ruta que les permita llegar al teatro pasando por el Museo de la Revolución. Respuesta libre.

c) Si en vez de ir al teatro, quisieran ir al mercado de artesanías, ¿cuál será la ruta que les permita llegar allá pasando por el Hospicio de Pobres?

Respuesta libre.

Tema: Ubicación espacial

Contenido: Descripción oral o escrita de rutas para ir de un lugar a otro.

Aplica

1 Después de ir a la ciudad de Puebla, Federico y Miriam decidieron visitar otros lugares en los alrededores. Observa el mapa y responde. Usa la rosa de los vientos para orientarte.

a) Si quieren ir a Amozoc, ¿qué ruta podrían seguir? Respuesta modelo: Tendrían que dirigirse al este hacia Casa Blanca y de ahí a Amozoc, o bien, ir al norte hacia Maucamicla y de ahí desviarse al este hacia Amozoc.

b) Después de visitar Amozoc, los viajeros irán al pueblo de San Miguel Canoa. ¿Qué ruta es más corta: regresar a Puebla o dirigirse a Maucamicla y de ahí desviarse hacia el norte? Respuesta modelo: La ruta más corta es ir directamente a Maucamicla; no les conviene regresar a Puebla, ya que la ruta es más larga.

c) Explica cómo podrían ir desde San Miguel Canoa hasta Santa Ana Xalmimilulco.

Respuesta modelo: Tendrían que ir al sur, pasando por San Isidro y San Sebastián, doblar al oeste al llegar a la carretera, pasar por San Francisco Ocotlán y seguir hasta Santa Ana.

Toma Nota

Trazar rutas con ayuda de un mapa

Los mapas son muy útiles para orientarnos. La rosa de los vientos es un recurso básico en los mapas, que nos señala los cuatro puntos cardinales.

Empleando estas cuatro direcciones básicas podremos expresar de manera rápida hacia dónde queremos dirigirnos.

Tecnos

Visita la página *Geografía general* para conocer una forma sencilla de elaborar un croquis. Disponible en http://goo.gl/8XYJoj

Para definir rutas, también es útil identificar puntos de referencia, por ejemplo, lugares importantes en la zona o sitios fáciles de reconocer, como gasolineras o edificios.

Existen diferentes clases de mapas. En general, es diferente ubicarse en una ciudad, en una red de carreteras o en el campo, pero en cualquier situación en la que sea necesario orientarse para llegar a un sitio es importante trazar una ruta, distinguir en un mapa los lugares por los que esta pasará y ubicar puntos de referencia.

Integra

1 Jorge está de visita en la ciudad de Puebla y quiere ir del Teatro de la Ciudad a la Iglesia de la Soledad. Subraya la ruta adecuada. Utiliza el mapa de la página 88 para encontrar la respuesta.

a) Ir hacia el este y pasando el centro comercial dirigirse hacia el sur.

b) Ir hacia el oeste y pasando el zócalo dirigirse hacia norte.

c) Ir hacia el oeste y pasando el zócalo dirigirse hacia el sur.

2 Jorge está en el mercado de artesanías, quiere visitar la iglesia de la Soledad, y de ahí, ir al centro comercial. ¿Qué ruta le conviene más?

a) Ir seis cuadras hacia el este, y en la cuadra siguiente caminar hacia el sur.

b) Caminar cuatro cuadras al sur, luego, ir hacia el este, pasando cinco o seis cuadras, dirigirse al norte dos cuadras y de ahí, ir al este.

c) Caminar tres cuadras al norte, luego, caminar hacia el este, pasando cinco o seis cuadras, ir hacia el norte dos cuadras y de ahí, ir al este.

3 Jorge se encuentra en el Santuario de Guadalupe y quiere ir al centro comercial. Describe una ruta que le permita llegar allá, pasando por el zócalo.

Respuesta libre.

4 Describe una ruta que le permita a Jorge pasar por el mercado de artesanías.

Respuesta libre.

5 Elabora en tu cuaderno un croquis que permita a uno de tus compañeros dirigirse de tu escuela a otra escuela cercana que sea conocida.

LECCIÓN 6 Tiángulos y trapecios

Explora

Adrián le platica a su papá que en la escuela aprendieron cómo medir el área de una figura con ayuda de un juego didáctico llamado *geoplano*. El cuadrito más pequeño que se puede identificar en los geoplanos es la unidad de área: 

El área de una figura se mide comparando su superficie contra una unidad de área; de esta manera, para medir el área de una figura simple basta contar cuántas unidades de área caben dentro de ella.

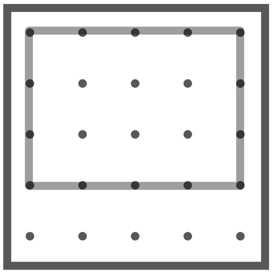


Figura A

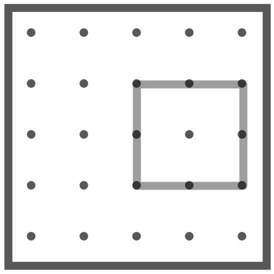


Figura B

1. ¿Cuántas veces cabe la unidad de área en la figura A? 12 veces.

2. ¿Cuántas veces cabe la unidad de área en la figura B? 4 veces.

3. ¿Se puede saber de manera rápida cuántas veces cabe la unidad de área en cada figura, sin contar las unidades una por una? ¿Qué datos necesitarías?

   Sí, se necesitan los datos de la base de la figura y su altura, es decir, las medidas de los lados.

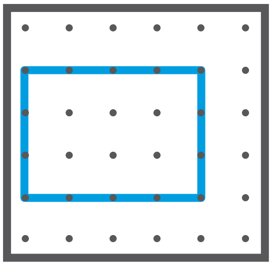
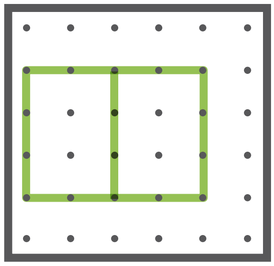
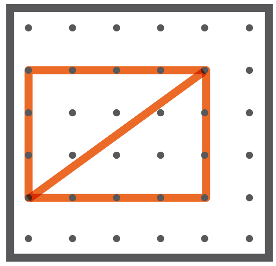
4. Explica cómo medir de manera rápida el área de las figuras A y B.

   Figura A: Base 4, altura 3 (4 × 3 = 12).

   Figura B: Base 2, altura 2 (2 × 2 = 4).

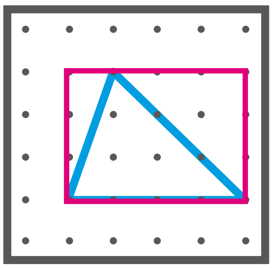
5. En las imágenes de la siguiente página se muestra el mismo rectángulo dividido de dos maneras diferentes.

   Cada uno de los rectángulos verdes tiene la mitad de área del rectángulo original. Asimismo, cada uno de los triángulos anaranjados tiene la mitad del área del rectángulo original.

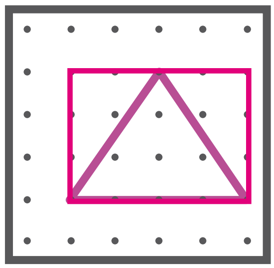




6 Explica cómo medir de manera rápida el área del rectángulo verde y del triángulo anaranjado del punto 5. Respuesta modelo: Se calcula el área del rectángulo original: 4 × 3 = 12 unidades, después se divide entre dos para obtener el área, ya sea del rectángulo verde o del triángulo anaranjado; por lo tanto, el área del rectángulo verde es: 6 unidades, y el área del triángulo anaranjado: 6 unidades.

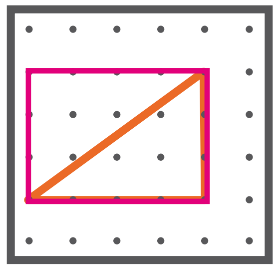
7 Traza un rectángulo alrededor de cada triángulo y úsalo como base para calcular el área del triángulo. Escribe debajo de cada figura la medida del área que corresponde.



$A = \frac{(4 \times 3)}{2} = 6$ unidades



$A = \frac{(4 \times 3)}{2} = 6$ unidades



$A = \frac{(4 \times 3)}{2} = 6$ unidades

8 Explica cómo puedes medir de manera rápida el área de los triángulos:

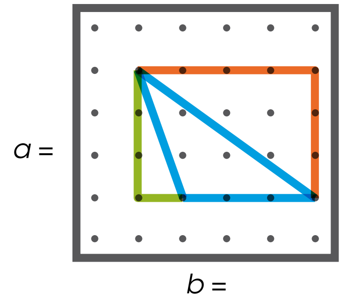
Respuesta modelo: Se construye un rectángulo con medidas *b*, *a*, que representan la base y la altura del triángulo, se calcula el área del rectángulo usando la expresión $A = a \times b$, y el resultado se divide entre 2, pues cada triángulo es la mitad del rectángulo.

9 Escribe como una fórmula la manera rápida que encontraste para medir las áreas de los triángulos en el geoplano. Prueba tu fórmula usándola para calcular el área de triángulos de medidas diferentes trazados sobre una cuadrícula.

Respuesta libre.

Aplica

1 Adrián le explica a su papá cómo usaron el geoplano en su clase para calcular el área de algunos triángulos obtusángulos. Observa la figura y responde.



a) ¿Cuánto mide el área del triángulo verde? 1.5 unidades.

b) ¿Cuánto mide el área del triángulo anaranjado? 6 unidades.

c) ¿Cuánto mide el área del rectángulo total? 12 unidades.

2 La suma de las áreas de los tres triángulos debe corresponder con el área del rectángulo total.

a) ¿Cuánto debe medir el área del triángulo azul para que la afirmación anterior se cumpla? 4.5 unidades.

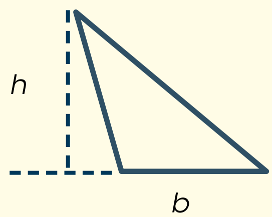
3 Ahora aplica tu fórmula para calcular el área del triángulo azul. $A = \frac{(3 \times 3)}{2} = 4.5$

a) ¿El valor que obtuviste usando la fórmula coincidió con el que se necesita para completar el área del rectángulo? SÍ.

Piensa en...

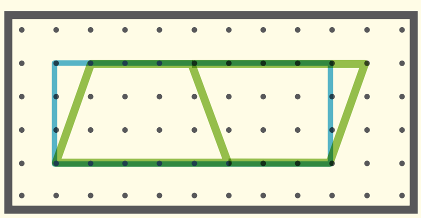
- El geoplano es un instrumento muy útil que permite deducir fórmulas para calcular el área de figuras geométricas. Con las actividades que has resuelto para calcular el área del triángulo, muy probablemente tienes un procedimiento que corresponde a esta fórmula:

$$A = \frac{(b \times h)}{2}$$



- En la cual A, b y h son las medidas del área, la base y la altura del triángulo, respectivamente. Observa:

- Usando el geoplano como herramienta y la fórmula para determinar el área del triángulo, podemos deducir las fórmulas para calcular el área de otras figuras geométricas.



- Observa el rectángulo azul: tiene la misma medida de área que dos trapecios iguales. La base del rectángulo es la suma de las dos bases de trapecios iguales, y la altura del rectángulo es igual que la altura del trapecio. El área de esta figura se obtiene así:

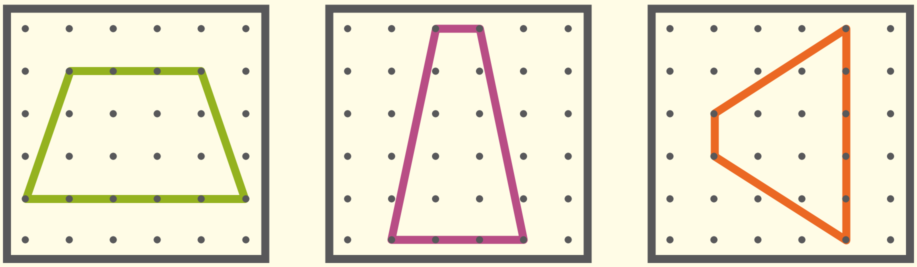
$$A = (B + b) \times h$$

- En dicha fórmula, A es el área del rectángulo, B es la base mayor del trapecio, *b* es la base menor del trapecio y *h* es la altura del trapecio. Ahora bien, como el rectángulo tiene la misma área que dos trapecios, entonces el área de un solo trapecio, será:

$$A = \frac{(B + b) \times h}{2}$$

donde A es el área del trapecio, B es su base mayor, *b* es su base menor y *h* es su altura.

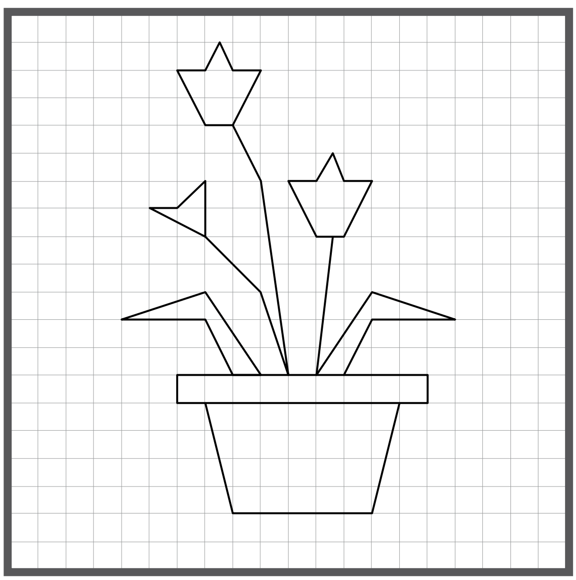
- Observa los trapecios en el geoplano y usa tus conocimientos para calcular su área.



4 Aplica lo que sabes con las siguientes figuras.

a) Calcula el área de la maceta.

b) Colorea las flores.



El área de la maceta es el área del trapecio más el área del rectángulo pequeño.

$$A_T = \frac{(5 + 7) \times 4}{2} = 70 \text{ cm}^2$$

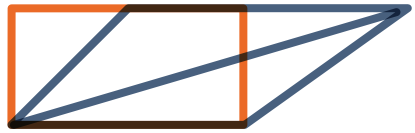
El área del rectángulo es $A_R = 9 \text{ cm}^2$

El área de la maceta es
$A = 70 + 9 = 79 \text{ cm}^2$

Toma nota

Área de triángulos

Los triángulos son figuras básicas, esto significa que cualquier polígono puede descomponerse en triángulos, y es posible determinar el área de cualquier polígono calculando únicamente el área de sus triángulos.

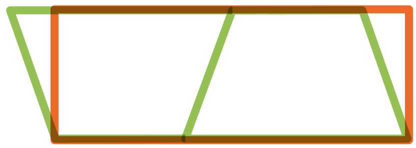


Para entender la fórmula podemos tomar dos triángulos iguales para formar un paralelogramo.

Observa que este paralelogramo tiene la misma área que un rectángulo cuya base y altura coinciden con las del triángulo. Y como el rectángulo tiene igual de área que dos triángulos, el área del triángulo es la mitad del área del rectángulo, con lo cual llegamos a la fórmula:

$$A = \frac{(B \times h)}{2}$$

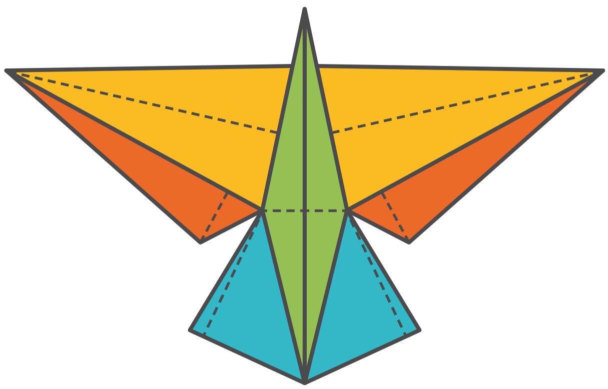
Usando las ideas geométricas que empleamos para el triángulo, podemos probar que en el trapecio:



$$A = \frac{(B + b) \times h}{2}$$

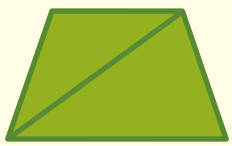
Integra

1 Mide y calcula el área del papalote con forma de ave.



Sabías que...

El área de un trapecio se puede calcular como la suma del área de dos triángulos.

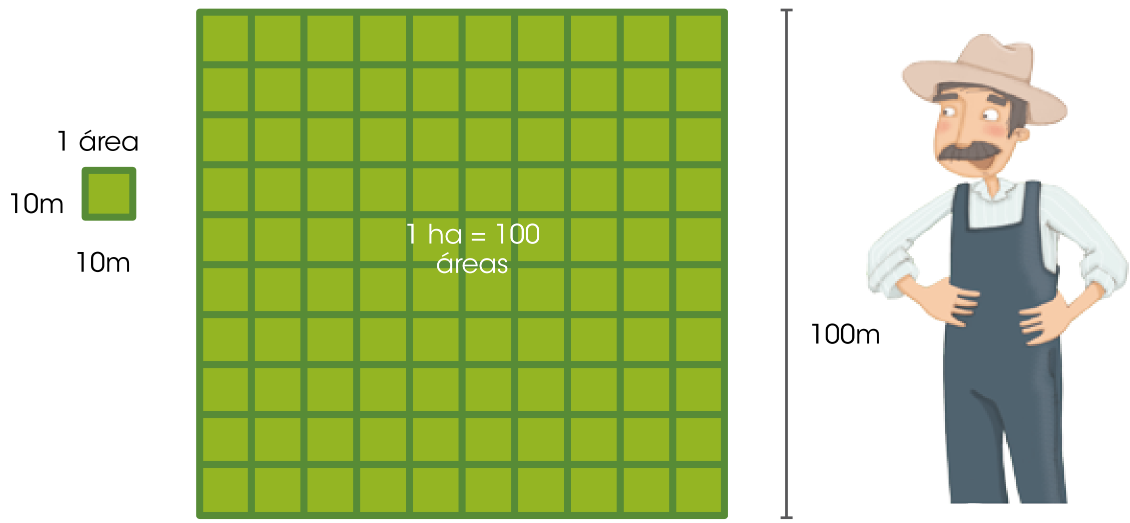


LECCIÓN 7 Múltiplos y submúltiplos del metro cuadrado

Explora

1 Gerardo acaba de comprar un rancho, y está decidiendo qué sembrará en él.

El rancho tiene una superficie para sembrar de 1 hectárea. Gerardo quiere saber a cuánto equivale esa superficie en metros cuadrados, o bien, en kilómetros cuadrados, así que se pone a investigar al respecto. Lo primero que averigua es que una hectárea es una medida agraria equivalente a 100 áreas. Un área es una medida agraria cuya superficie equivale a un cuadrado de 10 m × 10 m.



a) ¿A cuántos m^2 equivale un área? 100 m^2

b) ¿A cuántos m^2 equivale una hectárea? 10 000 m^2

2 Felipe, el vecino de Gerardo tiene un rancho con 7.5 hectáreas. ¿A cuántos metros cuadrados corresponde esta medida? 75 000 m^2

3 Felipe y Gerardo conversan sobre las unidades de medida de superficies, Felipe le dice que a simple vista se advierte que su terreno mide una hectárea.

Gerardo conoce muy bien el metro cuadrado y el kilómetro cuadrado, y sabe que las unidades de superficie se componen a partir de las unidades de longitud: al metro (m), le corresponde el metro cuadrado (m^2) o centiárea (ca); al decámetro (dam) le corresponde el decámetro cuadrado (dam^2) o área (a); al hectómetro (hm) le corresponde el hectómetro cuadrado (hm^2) o hectárea (ha): al kilómetro (km) le corresponde el kilómetro cuadrado (km^2).

Tema: Medida
Contenido: Identificación de múltiplos y submúltiplos del metro cuadrado y las medidas agrarias.

Cada unidad de superficie corresponde a un cuadrado que tiene por lado la unidad de longitud de dicha superficie.

a) Considerando que un decámetro equivale a 10 metros, ¿un decámetro cuadrado, o área, corresponde a 10 metros cuadrados? No.

¿Por qué? Respuesta modelo: Como un área es un cuadrado que tiene por lado 10 m, la superficie que cubre equivale a $10 \times 10 = 100$ m^2, y no a 10 m^2.

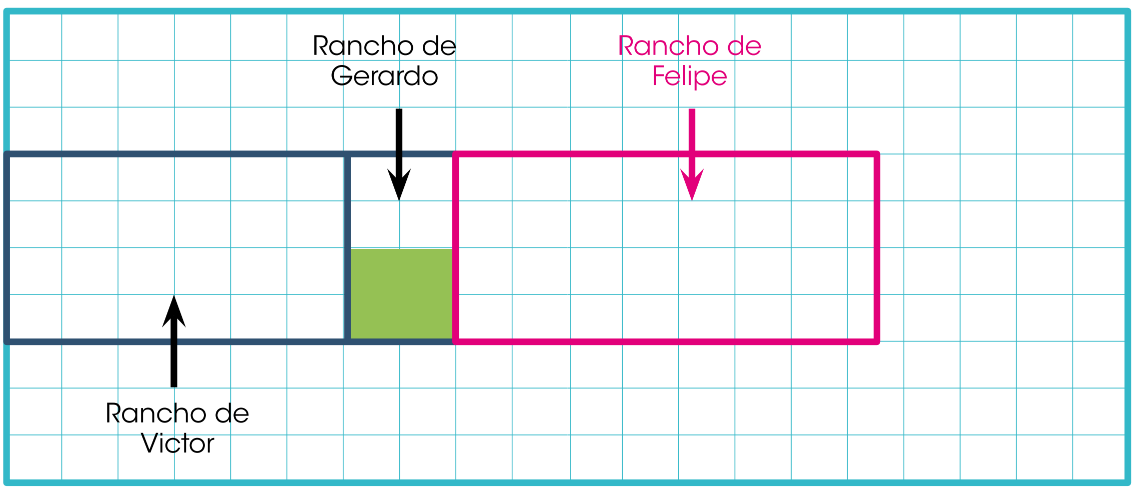
b) Completa la tabla de equivalencias.

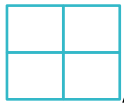
	m^2	dam^2	hm^2	km^2
1 centiárea o m^2	1	0.01	0.0001	0.000 001
1 área o dam^2	100	1	0.01	0.0 001
1 hectárea o hm^2	10 000	100	1	0.01
1 km^2	1 000 000	10 000	100	1

Aplica

1 Considerando que el rancho de Felipe mide 75 000 m^2, expresa en kilómetros cuadrados la medida anterior. 0.075 km^2

2 Sobre la cuadrícula se muestra el rancho de Gerardo, que tiene forma rectangular, y el rancho de Víctor, un vecino. El rancho de Gerardo tiene una superficie para siembra de 1 ha, y 1 ha más dedicada a otras actividades. El rancho de Víctor colinda con el límite oeste del rancho de Gerardo y tiene una superficie total de 6 ha. Dibuja en la cuadrícula el rancho de Felipe, cuya superficie rectangular colinda con el límite este del rancho de Gerardo. Recuerda que su superficie es de 7.5 hectáreas.



3 En esta cuadrícula, una hectárea está representada por , ¿a cuántas áreas equivale ? Respuesta modelo: A 25, porque una hectárea corresponde a 100 áreas y  es la cuarta parte de 1 una hectárea, es decir: 25 áreas.

4 Expresa las superficies usando la hectárea como unidad de medida.

a) 1 km^2 = 100 ha

b) 3 000 m^2 = 0.3 ha

c) 85 000 m^2 = 8.5 ha

d) 200 a = 2 ha

e) 25 000 ca = 2.5 ha

Toma nota

Múltiplos del metro cuadrado

En el Sistema Internacional de Unidades, la unidad principal de superficie es el metro cuadrado (m^2). Un metro cuadrado es la superficie de un cuadrado que mide un metro por lado. Para medir superficies agrarias, por ejemplo, cuando se debe medir un terreno para siembra, se utiliza la hectárea como unidad de medida. En la siguiente tabla se muestran la hectárea y otras unidades de superficie, como múltiplos del metro cuadrado.

Metros cuadrados (m^2) o centiáreas (ca)	Decámetros cuadrados (dam^2) o áreas (a)	Hectómetros cuadrados (hm^2) o hectáreas (ha)	Kilómetros cuadrados (km^2)
1	0.01	0.0 001	0.000 001
10 000	100	1	0.01

Así como las medidas agrarias son múltiplos del metro cuadrado, también es posible usar **submúltiplos del metro cuadrado** como unidades de superficie:

Milímetros cuadrados (mm^2)	Centímetros cuadrados (cm^2)	Decímetros cuadrados (dm^2)	(m^2)	(dam^2)	(hm^2)	(km^2)
1 000 000	10 000	100	1	0.01	0.0001	0.000001

Tecnos

Visita el apartado "Extensión de México" en Inegi.com para conocer la extensión territorial de la República Mexicana. Disponible en http://goo.gl/sqfYkF

Ten en cuenta que mientras una unidad de longitud cabe 10 veces en la unidad siguiente, una unidad de superficie cabe 100 veces en la unidad siguiente. Esto se debe a que la superficie crece cuadráticamente y no linealmente.

Ejemplo: Un m^2 cabe 100 veces en un dam^2, pues el área de dicho submúltiplo del metro cuadrado es $A = 10 \times 10 = 100\ m^2$.

Integra

1 Gerardo observa que es necesario conocer los múltiplos y submúltiplos del metro cuadrado para poder emplearlos de manera correcta. Ayuda a Gerardo a encontrar las equivalencias:

a) ¿Cuántos centímetros cuadrados caben en 3 decímetros cuadrados? 300 cm^2

b) ¿Cuántos milímetros cuadrados caben en 5 centímetros cuadrados? 500 mm^2

2 Ayuda a Gerardo a determinar la medida en metros cuadrados de los siguientes terrenos.

a) 45.7 dam^2 = 4 570 m^2

b) 1.256 hm^2 = 12 560 m^2

c) 0.7545 km^2 = 754 500 m^2

d) 6.7856 hm^2 = 67 856 m^2

Completa la tabla.

cm^2	dm^2	m^2	dam^2	hm^2
45 000	450	**4.5**	0.045	0.00 045
15 600 000	156 000	**1 560**	15.6	0.156

3 Doña Patricia tiene un terreno de una hectárea, la mitad la dividirá en partes iguales entre sus 5 hijos. ¿Cuántos metros cuadrados del terreno corresponderán a cada hijo?

1 000 metros cuadrados.

4 Un campo de golf tiene una extensión de 1 652 000 m^2. ¿A cuántas hectáreas y áreas corresponde esta superficie? A 165 hectáreas con 20 áreas.

5 ¿Cuántas hectáreas caben en un kilómetro cuadrado? 100 hectáreas.

LECCIÓN 8 Problemas de proporcionalidad

Explora

En las taquillas del metro de la Ciudad de México se usan tablas para saber rápidamente cuánto se debe pagar por determinado número de boletos.

1 Completa la tabla sumando $5 por cada boleto que se compra (suma término a término).

Boletos	Costo
1	5
2	10
3	15
4	20
5	25
6	30
7	35
8	40
9	45
10	50

2 ¿Qué sucede si divides cada elemento de la columna "Costo" entre cada elemento de la columna "Boletos"?

Respuesta modelo: Se obtiene siempre un cociente de 5.

3 Según lo que se advierte en la tabla, ¿cuánto se cobrará si el número de boletos es 20? Describe brevemente el procedimiento que seguiste para responder.

RM: Por 20 boletos se cobrarán $100. Multipliqué 5 por 20.

Aplica

1 En una empresa se procesan sardinas y se colocan en dos tipos de empaques: las latas tienen 9 sardinas y los envases tetra pak, 12.

a) En un congelador hay 84 sardinas. ¿Cuántas pueden envasarse en lata? 81

b) ¿Cuántas sardinas hay en tres envases tetra pak? 36

2 Completa las tablas multiplicando el envase por el número de sardinas que contiene (multiplicar por el factor de proporcionalidad).

Sardinas en lata:

Número de latas	1	2	3	4	5
Sardinas	9	18	27	36	45

Sardinas en tetra pak:

Número de envases	1	2	4	8	16
Sardinas	12	24	48	96	192

Tema: Proporcionalidad y funciones

Contenido: Análisis de procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad del tipo valor faltante (suma término a término, cálculo de un valor intermedio, aplicación del factor constante).

3 Analiza las tablas y contesta.

a) En la tabla de tetra pak, ¿existe alguna regularidad en la forma en que cambia el número de envases? RM: Sí. Cada dato es el doble del dato anterior.

b) Si el número de tetra pak se duplica, ¿que ocurre con el número de sardinas?

Respuesta modelo: También se duplica.

Toma nota

Una relación de proporcionalidad se caracteriza porque:

1) Los factores internos se conservan (al doble le corresponde el doble, etcétera).

2) El valor unitario que se obtiene a partir de cualquier par de valores en correspondencia siempre es el mismo.

3) El valor unitario también es llamado constante de proporcionalidad; cuando se le multiplica por cualquier valor del primer conjunto arroja el valor correspondiente del segundo conjunto. Por ejemplo, en la siguiente tabla se muestra la relación entre el costo y la cantidad de litros de miel. La relación costo/litros siempre es 15; este valor es la constante de proporcionalidad.

Litros de miel	2	5	10	20
Costo	30	75	150	300

El valor unitario, por litro de miel, corresponde al costo de un 1 litro. Como 2 litros cuestan $30, 1 litro cuesta $15, como ves, constante de proporcionalidad y valor unitario son lo mismo. Cuando las cantidades varían, pero no hay una relación constante entre ellas, no tienen variación proporcional.

Integra

1 Analiza las tablas y escribe en cada caso si se trata de una tabla de variación proporcional o una tabla de variación no proporcional.

CIBER "ESPACIO"	
Tiempo en horas	Costo
1	12
2	20
3	27
4	36
5	44

Tabla de variación no proporcional

CIBER "FUSIÓN"	
Tiempo en horas	Costo
1	10
2	20
3	30
4	40
5	50

Tabla de variación proporcional

2 María le pidió prestada cierta cantidad de dinero a su papá, y se la devolverá haciéndole 5 pagos iguales.

a) Con el segundo pago María cubrió \$54 de su deuda. ¿Cuánto dinero le dio a su papá en el primer pago? \$27.00

b) ¿Cuánto dinero le pidió a su papá? \$135.00

c) Al hacer el tercer pago, ¿cuánto habrá pagado de su deuda? 54 + 27 = \$81

3 Germán trabaja por horas. En la tabla se muestran las horas trabajadas. Completa la tabla y responde con base en ella.

Días	1	2	5	7	9
Horas	7	14	35	49	63

a) ¿Se puede saber cuántas horas trabaja Germán en un mes de 31 días?

Respuesta modelo: Sí, trabaja 217 horas.

b) ¿Cuál es la constante de proporcionalidad? 7

c) ¿Qué sucede al dividir cualquier valor de la fila de las horas entre el valor que le corresponda en días? Respuesta modelo: Se obtiene el mismo valor, que es 7.

4 Antonio juega para un equipo de futbol; por cada 8 goles que anota, 6 son con el pie y 2 con la cabeza.

a) Si Antonio anotó 32 goles, ¿cuántos fueron con el pie y cuántos con la cabeza?

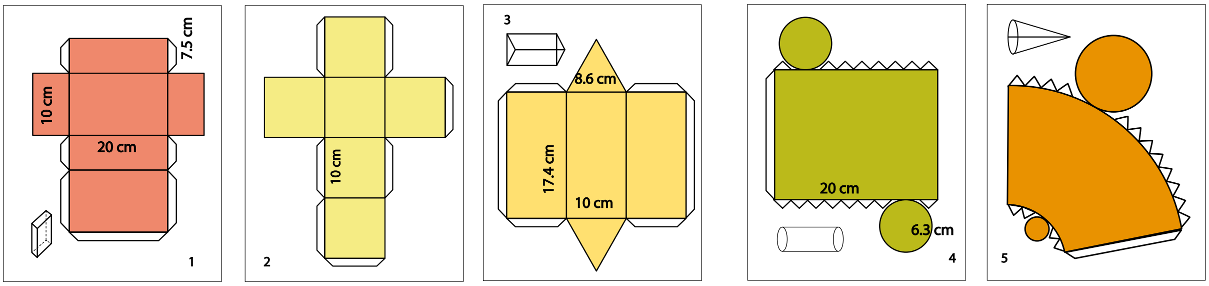
Respuesta modelo: 24 los hizo con el pie y 8 con la cabeza.

b) Si en otra temporada, Antonio anota 16 goles, ¿cuántos goles fueron los hizo con el pie y cuántos los hizo con la cabeza? RM: 12 los hizo con el pie y 4 con la cabeza.

Sabías que...

Hay situaciones referentes a proporcionalidad en las que es más fácil obtener los datos que faltan en una tabla a partir de calcular dobles, triples, mitades, etc. El valor unitario es útil para resolver situaciones en las que calcular dobles, triples, no permite obtener los datos que faltan.

Irma solicitó que elaboren diferentes recipientes de cartón para distribuir los productos de su negocio de comida. Le enviaron estas propuestas:



1. Irma está en calle Los cipreses, esquina con Los ficus e irá a recoger los recipientes a la avenida Juan Julio, número 45. Traza en el plano dos posibles trayectorias que puede seguir Irma para llegar a su destino.

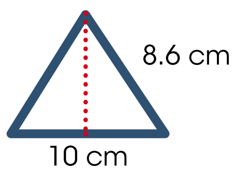
2. Al consultar el plano en Internet, Irma descubrió que el área que se reproduce en el plano equivale a una hectárea. Una hectárea es una medida agraria equivalente a 100 áreas; un área es una medida agraria cuya superficie equivale a 1 cuadrado de 10 m × 10 m. ¿A cuántos metros cuadrados equivale una hectárea? Una hectárea equivale a 10,000 m².

3. ¿Qué cuerpos geométricos se formarán con los desarrollos planos propuestos para los envases? Escribe su nombre en la tabla.

Propuesta	Nombre del cuerpo geométrico
1	Prisma rectangular
2	Cubo
3	Prisma triangular
4	Cilindro
5	Cono truncado

4. Identifica la base del triángulo y calcula su área. Considera lo siguiente:

$$A = \frac{10 \times 8.6}{2} = 43 \text{ cm}^2$$



5. Irma calculó el área de una cara lateral del cuerpo geométrico 3 con la operación $10 \times 17.4 = 174$. Ahora quiere calcular el residuo de la operación inversa, es decir, de la división $174 / 10 = 17$. ¿Cuál es el residuo? RM: El residuo es 4, pues $17 \times 10 = 170$, $174 - 170 = 4$

6. Con el contenido del cuerpo geométrico de la propuesta 2, se pueden llenar exactamente tres cuerpos geométricos de la propuesta 5. Calcula cuántos cuerpos geométricos de la propuesta 5, se pueden llenar con el contenido de cinco cuerpos geométricos de la propuesta 2.

Propuesta 2	Propuesta 5
1 cuerpo	3 cuerpos
5 cuerpos	x = 15 cuerpos

Se pueden llenar exactamente 15 cuerpos de la propuesta 5 con el contenido de cinco cuerpos geométricos de la propuesta 2.

7. Al cuerpo geométrico de la propuesta 2, le caben $\frac{2}{3}$ del contenido del cuerpo geométrico de la propuesta 1, y al cuerpo de la propuesta 3 le cabe $\frac{1}{2}$ del contenido del cuerpo de la propuesta 1. Analiza la situación y argumenta a cuál de los cuerpos (2 o 3), le cabe mayor cantidad de producto. Al cuerpo de la propuesta 2 le cabe más que al cuerpo de la propuesta 3 porque $\frac{2}{3} > \frac{1}{2}$

8. Irma descubrió que los cuerpos geométricos propuestos pueden contener aproximadamente estas cantidades: cuerpo 1, 1.5 kilogramos; cuerpo 2, 1 kilogramo y cuerpo 3, 0.75 kilogramos. Calcula el contenido que se puede almacenar en los tres recipientes. 1.5 + 1 + 0.75 = 3.25 kg

Reactivo	Lección	Contenido	Acción	Complejidad
1	5	Descripción oral o escrita de rutas para ir de un lugar a otro.	Trazar	Baja
2	7	Identificación de múltiplos y submúltiplos del metro cuadrado y las medidas agrarias.	Identificar	Baja
3	4	Construcción de cuerpos geométricos con distintos materiales (incluyendo cono, cilindro y esfera). Análisis de sus características referentes a la forma y al número de caras, vértices y aristas.	Identificar	Baja
4	6	Construcción y uso de una fórmula para calcular el área del triángulo y el trapecio.	Identificar, calcular	Media
5	3	Análisis de las relaciones entre los términos de la división, en particular, la relación r = D – (d × c), a través de la obtención del residuo en una división hecha en la calculadora.	Identificar, analizar	Media
6	8	Análisis de procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad del tipo valor faltante (suma término a término, cálculo de un valor intermedio, aplicación del factor constante).	Analizar	Alta
7	1	Comparación de fracciones con distinto denominador, mediante diversos recursos.	Analizar	Media
8	2	Uso del cálculo mental para resolver adiciones y sustracciones con números fraccionarios y decimales.	Calcular	Media

UNIDAD 4

• ACTIVA TUS COMPETENCIAS •

- ¿En cuál de los libros está escrito el número 1621?
- ¿Cuál es la multiplicación que nos sirve para comprobar que la división está bien resuelta?
- ¿Dónde se encuentra ubicado el círculo que tiene una cruz azul?
- ¿Según la gráfica, qué escuela superior tiene la misma cantidad de partidos ganados y perdidos?

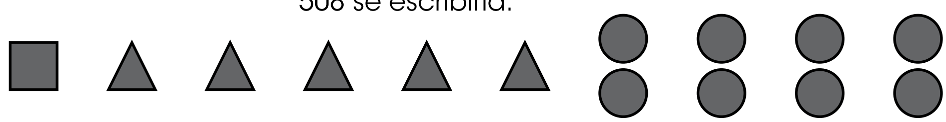
Sentido numérico y pensamiento algebraico

LECCIÓN 1 Diferentes sistemas de numeración

Explora

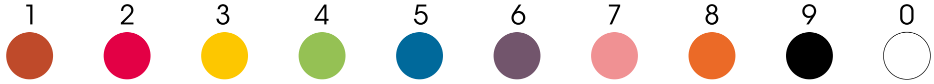
1 La profesora Marcela organizó a sus estudiantes en dos grupos y les planteó este desafío: "Cada equipo debe inventar un sistema para representar números".

El equipo A propuso lo siguiente: para indicar las unidades, es decir, del 1 al 9 escribirían un punto por unidad; para representar decenas, usarían rayas horizontales; para centenas, triángulos; para unidades de millar, cuadrados, para decenas de millar, pentágonos y para centenas de millar, hexágonos. Cada símbolo solo podría repetirse hasta nueve veces. Por ejemplo, el número 1 508 se escribiría:



El equipo B, por su parte, propuso usar un círculo de distinto color por cada número de nuestro sistema de numeración, así:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Por lo tanto, 235 se escribiría:

2 Escribe los siguientes números usando los sistemas de cada equipo.

a) 1 920

Equipo A: 1 cuadrado, 9 triángulos, 2 rayas.

Equipo B: 1 círculo café, 1 negro, 1 rojo y 1 blanco.

b) 3 512

Equipo A: 3 cuadrados, 5 triángulos, 1 rayas, dos puntos.

Equipo B: 1 círculo amarillo, 1 azul, 1 café y 1 rojo.

c) 40 300

Equipo A: 4 pentágonos y 3 triángulos.

Equipo B: 1 círculo verde, 1 blanco, 1 amarillo y 2 blancos.

3 ¿Qué diferencias encuentras entre los sistemas planteados por los equipos?

Respuesta modelo: El equipo A no planteó un símbolo para el cero y el equipo B sí; los símbolos del equipo A siempre tienen el mismo valor y los empleados por equipo B tienen diferente valor según la posición que ocupan.

4 Según el sistema del equipo A, ¿los siguientes símbolos representan el mismo número? ¿Qué número representan? Sí, representan el número 1 213.

5 Según el sistema del equipo B, ¿qué número se representa a continuación?

Representan el número 3 459

6 Organícense en equipos y propongan un sistema para escribir números. Luego, comparen sus planteamientos y respondan: ¿Qué ventajas y desventajas tienen los sistemas propuestos? ¿En alguno de ellos el valor del número depende de la posición que ocupa? Respuesta libre.

Aplica

En el sistema de numeración decimal podemos descomponer cualquier número en múltiplos de diez; el valor del número se determina por su posición.

Para trabajar el tema de los sistemas de numeración, la profesora Marcela encargó a sus alumnos que vieran un documental y buscaran en los créditos la fecha en que fue filmado. Fernando le comentó que en los créditos aparecía esta leyenda: “Filmada en México, MMIX”.

1 Escribe en el sistema decimal el año en que fue filmado el documental. 2009

La profesora Marcela le explicó a sus alumnos que en ocasiones los siglos se escriben en el sistema de numeración romano, que es semi posicional y no utiliza el cero y los números se escriben usando los siguientes símbolos. Observa las tarjetas.

I	1	X	10	C	100	M	1 000	V	5	L	50	D	500

2 Representa los siguientes números en sistema decimal.

CCCXXXIII 333 MMDV 2505

3 En la multiplicación 2 585 × 1 325, ¿sería conveniente utilizar los símbolos del sistema de numeración romano para representarla y resolverla? No

a) Argumenta tu respuesta. No, el sistema romano está hecho para registrar, no para hacer cálculos. Los romanos usaban tableros para hacer sus operaciones.

La maestra Marcela explicó a sus alumnos lo siguiente:

Los sistemas posicionales son aquellos en los cuales el dígito se debe multiplicar por una potencia de un natural, dependiendo del lugar que ocupe. También existen los sistemas semi posicionales, como el sistema romano, en el cual la posición sí indica valores (no es lo mismo IV que VI). En los sistemas de numeración no posicionales, como el sistema egipcio, no importa el orden en que se coloquen los símbolos, pues su valor siempre es el mismo.

En la siguiente tabla se muestran los símbolos que los egipcios utilizaban.

Egipcio	𓏺	𓎆	𓍢	𓆼	𓂭	𓆐	𓁨
Decimal	1	10	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000

Mate TIP

Para expresar cualquier número, se repite el símbolo. Ningún símbolo puede repetirse más de nueve veces.

Los egipcios no tenían un símbolo específico para el número cero.

Escribe el número 20 538 en el sistema egipcio.

Sabías que...

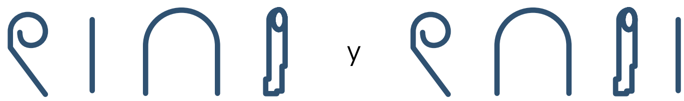
Cuando los egipcios elaboraban símbolos siempre intentaban obtener una representación gráfica lo más estética posible.

Toma nota

Un sistema de numeración es un conjunto de símbolos y reglas para representar cantidades.

En los sistemas posicionales cada símbolo tiene un valor absoluto y un valor relativo, que depende de su ubicación. En el sistema decimal, el valor relativo se obtiene multiplicando el dígito por una potencia de 10 (10, 100, 1000, etcétera), según la posición; por ejemplo, en el número 535, el 5 tiene un valor absoluto (5), pero el 5 que se encuentra en el lugar de las unidades tiene un valor relativo de $5 \times 1 = 5$ y el que está en la posición de las centenas, tiene un valor relativo de $5 \times 100 = 500$.

En los sistemas no posicionales, los símbolos tienen solo un valor absoluto, es decir, este no depende de la posición. Por ejemplo: en el sistema egipcio, las escrituras



representan la misma cantidad.

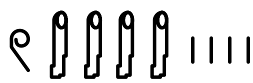
El sistema romano es semi posicional y utiliza varios principios: el aditivo, cuando se suma el valor de los símbolos, por ejemplo, VI representa $5 + 1 = 6$; el sustractivo, cuando se resta el valor de los símbolos, por ejemplo, IV representa $5 - 1 = 4$, y el multiplicativo, cuando se coloca una línea sobre algún número para indicar que toda la cantidad se multiplicará por 1 000. Los símbolos I, X, C y M se pueden repetir hasta tres veces, los símbolos V, L y D no se pueden repetir.

Integra

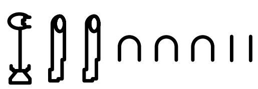
1 Escribe el valor de cada número egipcio y su representación en el sistema romano.

a) 

valor Diez mil doscientos diecinueve ..... romano XCCIX .....

b) 

valor Cuarenta mil ciento cuatro ..... romano XLCIV .....

c) 

valor Veintiún mil treinta y dos ..... romano XLCIV .....

LECCIÓN 2 Sucesiones

Explora

1 Liliana viajó a un pueblo del sureste del país. Al llegar a la sitio donde se hospedaría, en la calle Manzanos, le llamó la atención la singular numeración que tienen las casas, así que se puso a revisarla. Observó que en la tercera y la quinta casa no se aprecia el número que les corresponde. Ese mismo día, llegaron algunos trabajadores a reemplazar los buzones antiguos.

a) Según lo que se observa en la numeración actual, ¿qué buzón correspondería a la casa 3? El buzón con el número 2.75

b) ¿Qué buzón correspondería la casa 5? El buzón con el número 3.25

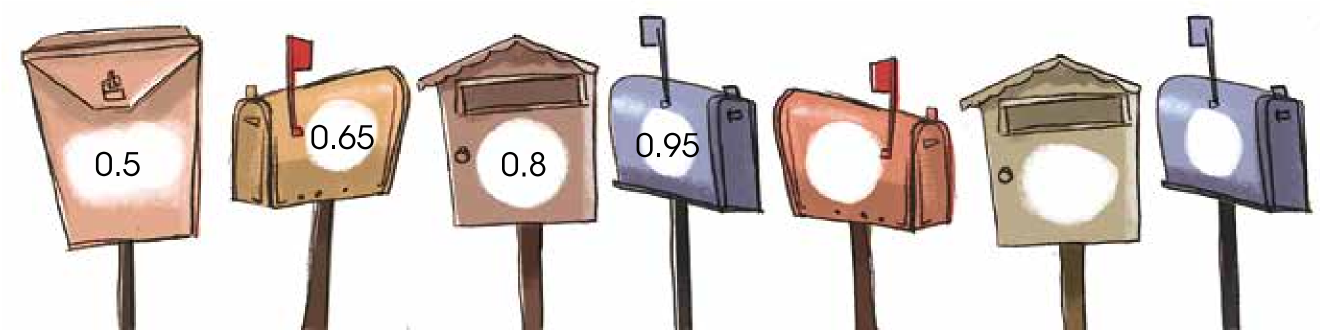
2 En la calle Perales, la numeración de las casas va en este orden: 23, ___, 33, 38, ___.

a) ¿Qué números faltan en los espacios? 28 y 43

b) En la calle Platanares también faltan dos números, ¿cuáles son? 73 y 83

Aplica

1 Los trabajadores colocaron letreros con el número de cada fraccionamiento. Observa que los números forman una sucesión.



a) ¿Qué números faltan en los 3 últimos letreros? 1.1, 1.25, 1.4.

Tema: Números y sistemas de numeración

Contenido: Identificación de la regularidad en sucesiones con números (incluyendo números fraccionarios) que tengan progresión aritmética, para encontrar términos faltantes o continuar la sucesión.

2 Existen sucesiones muy sencillas integradas por números naturales o decimales. Observa esta sucesión de números pares y responde.
150, 200, 250, 300, 350…

a) Si se continúa la sucesión, ¿qué números se escribirán en el octavo y el décimo lugar? 500 y 600

b) ¿Qué números faltan en esta sucesión?

80, 120 160, 200 240, 280

c) Construye una sucesión de siete números que empiece en el 35 y en la cual el incremento de un término a otro sea de 25. 35, 60, 85, 110, 135, 160, 185.

Toma nota

Una sucesión numérica es una secuencia de números relacionados por medio de alguna regla. Ejemplos de sucesiones son:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7… (Números naturales)

2, 4, 6, 8,10,12… (Números pares)

Los números que forman la sucesión se llaman términos; todas las sucesiones tienen un primer término, a partir del cual se generan los demás. Para comprender la estructura de una sucesión, resulta útil calcular la diferencia entre un término y el que le sigue y repetir la operación algunas veces; si la diferencia es constante (siempre se obtiene el mismo número), la sucesión se llama progresión aritmética, y la diferencia nos permite identificar la regla de la misma; por ejemplo, en esta sucesión 6, 10, 14, 18, 22... se inicia en el 6, y la regla es que se debe sumar 4 en cada término.

Integra

1 La maestra de Liliana les pidió que escribieran una regla para sucesión de números impares, que empieza en el número 13 $2n$

a) Con la regla que hiciste continua la sucesión.

13, 26 , 52 , 104 , 208

2 En la escuela se rifará una colección de libros. La maestra le encargó a Liliana elaborar seis boletos con estas características:

Los números de los boletos formarán una sucesión. El primero será el 28. Entre cada boleto y el siguiente deberá haber una diferencia de 7.

Liliana escribió los siguientes números: 28, 33, 41, 49, 63, 70

a) Al revisar la sucesión, Liliana vio que se equivocó al calcular los números de algunos boletos. Escribe la sucesión correctamente. 28, 35, 42, 49, 63, 70

3 Encuentra la regla de las siguientes sucesiones y continúalas.

a) 5, 13, 21, 29, 37, 45, 53, 61, 69, 77.

b) 2, 9, 16, 23, 30, 45, 53, 61, 69, 77.

4 A Liliana le encargaron completar la siguiente tabla de tarea y Graciela, su mamá, le está ayudando. Graciela le dice que las tablas de multiplicar pueden construirse como una sucesión aritmética. Le sugiere hacer las operaciones una por una, sumando el número 9 a cada cantidad, pero Liliana cree que se pueden calcular los valores de la tabla del 9 usando algunos trucos.

a) Observa las tablas y analízalas. ¿La diferencia entre un resultado y el otro es constante? ....

b) Liliana le dice a su mamá: "Como en la tabla del 9, los números que siguen se calculan sumando 9, una manera fácil de completar la tabla es sumar a cada término anterior una decena y restarle 1 unidad, pues 9 es igual a 10 – 1. Usa la idea de Liliana para completar la tabla de la derecha

1 × 9	**09**
2 × 9	**18**
3 × 9	**27**
4 × 9	**36**
5 × 9	**45**
6 × 9	**54**
7 × 9	**63**
8 × 9	**72**
9 × 9	**81**
10 × 9	**90**

11 × 9	99
12 × 9	108
13 × 9	117
14 × 9	126
15 × 9	135
16 × 9	144
17 × 9	153
18 × 9	162
19 × 9	171
20 × 9	180

Tecnos

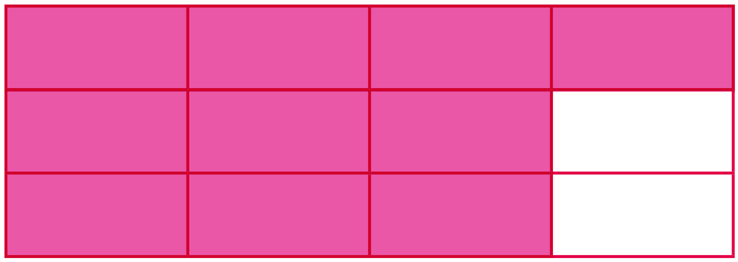
Vista la página "La secuencia de Fibonacci, en 3 minutos" en *YouTube.com*, disponible en http://goo.gl/5AOPLb . En ella conocerás un poco de la vida de Fibonacci, matemático que descubrió las similitudes entre las series aritméticas y la naturaleza.

¿La sucesión de Fibonacci es una progresión aritmética? No. ¿por qué? Porque en la sucesión de Fibonacci no se suma siempre el mismo número, por lo que la diferencia no es constante.

LECCIÓN 3 Sumar y restar fracciones

Explora

1 Observa la cuadrícula.



a) ¿Cuántos cuadros representan $\frac{2}{6}$? Coloréalos. RM: 4 cuadritos representan $\frac{2}{6}$

b) Si a los $\frac{2}{6}$ anteriores le sumas $\frac{1}{2}$ del total de la cuadrícula. ¿Qué fracción del total resulta? Coloréala. Respuesta modelo: 10/12 o 5/6, ambos resultados son correctos.

c) Describe el procedimiento que seguiste para responder el inciso anterior.

Respuesta modelo: Sumé 2/6 + 1/2, para ello, convertí estas dos fracciones en equivalentes: 4/12+ 6/12= 10/12.

2 Escribe la fracción irreducible en cada caso.

a) $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ **b)** $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ **c)** $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ **d)** $\frac{1}{5} = \frac{1}{5}$

3 ¿Todas las fracciones anteriores estaban representadas como una fracción irreducible? No. ¿En qué casos fue necesario simplificar la fracción?

RM: En todos, excepto en $\frac{1}{5}$, porque ya estaba expresada como una fracción irreducible.

4 Ordena de menor a mayor las fracciones anteriores. RM: $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{3}{6}$.

5 Si $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ y $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$, ¿qué relación hay entre estas fracciones? RM: Son fracciones equivalentes.

Tema: Problemas aditivos

Contenido: Resolución de problemas que impliquen sumas o restas de fracciones comunes con denominadores diferentes.

Aplica

1 Antonio fue a la tienda a comprar $\frac{1}{2}$ kilogramo de azúcar, pero vio que le alcanzaba para $\frac{1}{4}$ más y decidió comprarlo. ¿Cuánta azúcar compró en total?

3/4 de kilogramo de azúcar.

2 Carmen fue al mercado a comprar 1 kilogramo de mangos; como vio que había una oferta $\frac{1}{2}$ kilogramo de plátano por $4, también lo compró. ¿Cuánta fruta compró Carmen en total? 3/2 kg de fruta.

3 Una costurera debe coser un encaje en la orilla de un mantel. Tiene $10\frac{1}{2}$ metros de encaje y solo usará $5\frac{1}{4}$ metros para el mantel. ¿Cuánto encaje le sobrará?

5 1/4 m

Toma Nota

Para sumar o restar fracciones que tienen distinto numerador y denominador, hay que convertir las fracciones originales a fracciones equivalentes que tengan el mismo denominador. Primero, se multiplican los denominadores, por ejemplo:

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{2} \qquad 3 \times 2 = 6$$

Para obtener las fracciones equivalentes, para cada fracción se multiplican numerador y denominador por una misma cantidad, respetando la proporción, se trata de obtener en ambas fracciones el denominador común obtenido: 6.

$$\overset{\times 2}{\frac{2}{3} = \frac{4}{6}}_{\times 2} \qquad \overset{\times 3}{\frac{1}{2} = \frac{2}{6}}_{\times 3}$$

Como estas fracciones tienen el mismo denominador, podemos sumarlas o restarlas:

$$\frac{4}{6} - \frac{3}{6} = \frac{1}{6} \qquad \frac{4}{6} + \frac{3}{6} = \frac{7}{6}$$

Sabías que...

La palabra *fracción* tiene su origen en el término en latín *fractus* que, a su vez, es una traducción de la palabra árabe *al-kasr*, que quiere decir *roto, quebrado*.

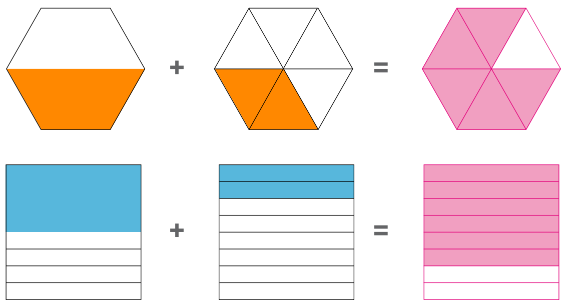
Las fracciones se emplean para expresar algunas situaciones que no pueden representarse con números naturales; por ejemplo, cuando deseamos expresar medidas que no son enteras.

Integra

1 Resuelve las operaciones; luego, inventa un problema que se resuelva usando alguna de ellas y escríbelo en tu cuaderno.

a) $\frac{5}{10} + \frac{2}{5} = \frac{9}{10}$ b) $\frac{3}{8} - \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$ c) $\frac{1}{6} + \frac{1}{2} = \frac{4}{6}$

2 Resuelve las sumas.



$\frac{1}{2} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$

$\frac{1}{2} + \frac{2}{8} = \frac{6}{8}$

3 Representa las operaciones y resuélvelas.

a) $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

Las representaciones que hagan los alumnos deben ser acordes con las fracciones.

b) $\frac{2}{5} + \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$

Las representaciones que hagan los alumnos deben ser acordes con las fracciones.

4 Resuelve las restas encontrando la fracción equivalente. Simplifica el resultado hasta llegar a una fracción irreducible.

a) $\frac{8}{9} - \frac{2}{3} = \frac{8}{9} + \frac{6}{9} = \frac{2}{9}$

b) $\frac{7}{6} - \frac{1}{2} = \frac{7}{6} + \frac{3}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

c) $\frac{4}{5} - \frac{4}{10} = \frac{8}{10} + \frac{4}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

d) $\frac{2}{3} - \frac{2}{6} = \frac{4}{6} - \frac{2}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

e) $\frac{5}{6} - \frac{1}{2} = \frac{5}{6} - \frac{3}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Tecnos

En la siguiente dirección electrónica encontrarás el artículo "Historia y concepto de fracciones", donde conocerás más sobre estos números: http://goo.gl/UXhyJr

En esta página encontrarás algunos trucos para sumar fracciones: http://goo.gl/pqPmFJ

LECCIÓN 4 Relación entre la división y la multiplicación

Explora

1 Jimena está elaborando tarjetas en forma de pino para regalar en navidad, y las ha colocado sobre la mesa como se ve a continuación, en 2 filas y 6 columnas. Ana, su hermana, observa el acomodo de las tarjetas y encuentra algunas relaciones entre el total de tarjetas, así como de filas y columnas, y desafía a Jimena a descubrirlas.

a) Ana le dice a Jimena: si divides el total de tarjetas entre el número de filas, ¿qué resultado obtienes? ¿A qué corresponde ese número?

Respuesta modelo: 6 y corresponde al número de columnas.

b) Haz la división que propuso Ana. $12 \div 2 = 6$

Ana le explica a Jimena: si multiplicas el número de filas por el número de columnas, obtienes el total de tarjetas. Y si divides el total de tarjetas entre el número de filas, obtienes el total de columnas.

c) ¿Qué obtienes si divides el total de tarjetas entre el número de columnas?

Respuesta modelo: Se obtiene el número de filas, es decir, 2.

La multiplicación y la división son operaciones inversas, pues para una multiplicación:

$$\text{factor 1} \times \text{factor 2} = \text{producto}$$

Hay dos divisiones asociadas:

$$\text{producto} \div \text{factor 1} = \text{factor 2}$$

$$\text{producto} \div \text{factor 2} = \text{factor 1}$$

Tema: Problemas multiplicativos

Contenido: Análisis de las relaciones entre la multiplicación y la división como operaciones inversas.

Aplica

1 El grupo de quinto grado donde estudian Frida y Jimena, planea salir de excursión. Al investigar sobre el transporte, les informan que el monto por la renta es fijo y es de $1 500, independientemente del número de pasajeros que viajen. Con base en esta información, completa la siguiente tabla.

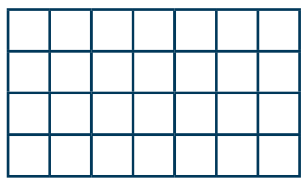
Pasajeros	Costo por pasajero
60	25
30	50
20	75
15	100
10	150
6	250

2 ¿Qué procedimiento deben seguir Frida y Jimena para calcular el costo por pasajero? RM: Debe dividir los 1 500 del costo entre el número de pasajeros.

3 Jimena y Frida comentan cómo deben calcular el costo por pasajero y Jimena asegura que las operaciones inversas sirven para resolver este problema. ¿A qué operaciones se refiere? RM: Se refieren a la multiplicación y la división

Toma nota

La **multiplicación** puede entenderse como una suma abreviada, ya que cuando multiplicamos dos números se encuentra un tercer número que es la suma de tantos sumandos iguales a uno de ellos (multiplicando), como lo indica el otro que se repite (multiplicador). También puede verse como un arreglo rectangular. Observa la imagen:



El número de cuadritos en el rectángulo es el área (total de cuadritos), que se obtiene mediante una multiplicación: $7 \times 4 = 28$.

Si se conoce el área y los cuadritos que hay sobre uno de los lados del rectángulo, se puede saber cuántos cuadritos hay sobre el otro lado: $28 \div 4 = 7$.

Visto así, la división es la operación inversa de la multiplicación, porque equivale a "buscar uno de los factores cuando se conoce el otro factor y el producto". Por ello, para resolver divisiones es fundamental saber multiplicar. Por ejemplo: $28 \div 7 = 4$.

Resolver esta división significa preguntarse, ¿qué número debe multiplicarse por 7 para obtener 28?

Una **división exacta** es aquella en la que existe un número natural que, multiplicado por el divisor, da como resultado el dividendo. Ese número natural recibe el nombre de cociente.

Una **división inexacta** es aquella en la que no existe un número natural que, multiplicado por el divisor, dé como resultado el dividendo.

Integra

1. Frida y Jimena trabajan en un proyecto escolar. En su equipo hay 10 compañeros y cooperarán en cantidades iguales para pagar los $210 que costaron los materiales del proyecto. ¿Cuánto debe aportar cada compañero? $21.00

2. La maestra observa que el equipo de Frida y Jimena tiene demasiados integrantes, por lo que les pide que se retiren cinco compañeros. Ahora, ¿cuánto debe aportar cada integrante para pagar el material? Haz el cálculo mentalmente. $42.00

3. Si solo Frida y Jimena trabajaran en el proyecto, ¿cuánto tendría que aportar cada una para pagar los $210? Calcúlalo mentalmente. $105.00

4. Completa la tabla. Usa tu calculadora para comprobar tu resultado.

Si el número	Se divide entre	Se obtiene como resultado
245	5	49
180	15	12
770	22	35
135	9	15

5. Escribe en tu cuaderno un problema que se pueda resolver con alguna de las siguientes divisiones: 250 ÷ 25 =; 540 ÷ 12.

6. Al resolver la operación 300 ÷ 15, nos preguntamos cuántas veces cabe el 15 en el 300. Gráficamente, podemos pensar en esta operación como conjuntos con 15 elementos que se repiten hasta llegar a 300. Si elaboras un rectángulo con 15 columnas y área = 300 cuadritos. ¿Cuántas filas debe tener el rectángulo? 20

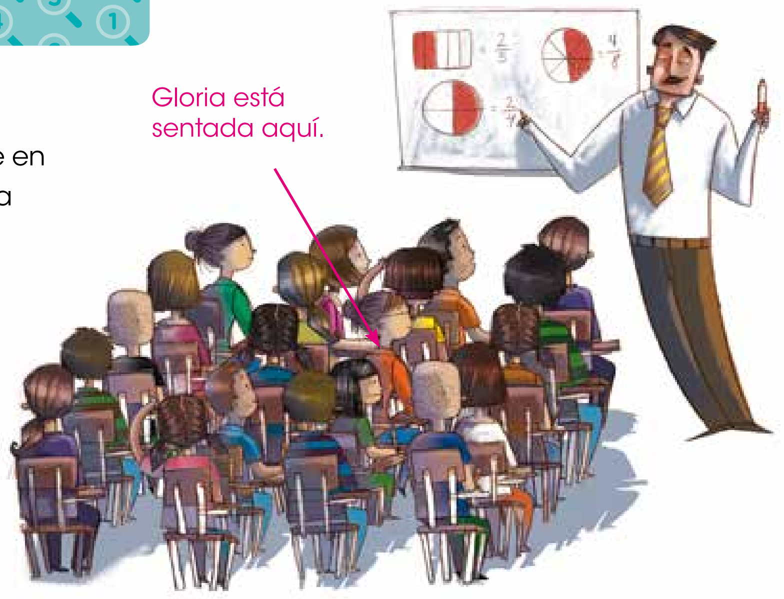
Piensa en...

- Se repartieron 47 discos compactos entre 8 alumnos y sobraron 7, ¿cuántos discos compactos le tocaron a cada uno?

LECCIÓN 5 Planos y mapas

Explora

1 Gloria inició su curso de Matemáticas, y eligió sentarse en la tercera butaca de la tercera fila. ¿En dónde está sentada Gloria? Señala su lugar en el esquema de abajo.



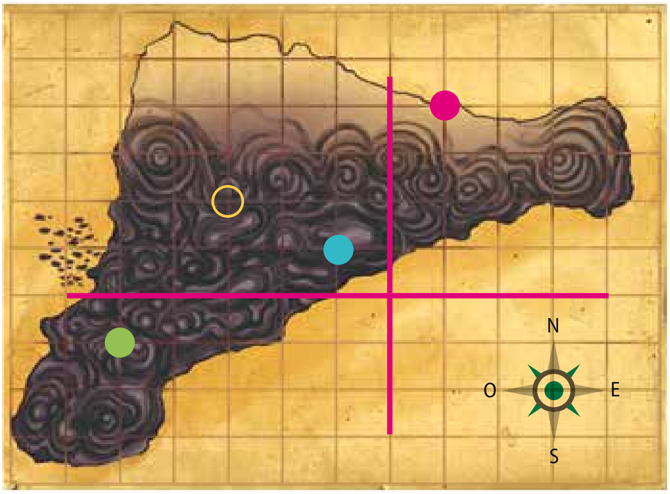
2 ¿En la segunda butaca de la cuarta fila, de derecha a izquierda, hay un niño o una niña?

Respuesta modelo: Hay una niña.

3 Describe qué lugar tienes en tu salón de clases, de modo similar a como se hizo en los dos ejercicios anteriores; usa como referencia las bancas y filas.

Respuesta libre.

4 Armando está leyendo un libro en el que se presenta un mapa de un tesoro enterrado. La ubicación del tesoro está indicada con un círculo amarillo.



Tema: Ubicación espacial

Contenido: Interpretación y descripción de la ubicación de objetos en el espacio, especificando dos o más puntos de referencia.

a) Si se sabe que el punto rosa está en (1 Este, 4 Norte), el punto azul está en (1 Oeste, 1 Norte) y el punto verde está en (5 Oeste, 1 Sur), ¿dónde está el origen del plano cartesiano? Márcalo con un punto rojo.

b) Escribe los dos puntos que indican dónde está enterrado el tesoro.

Respuesta modelo: El tesoro está en (3 Oeste, 2 Norte).

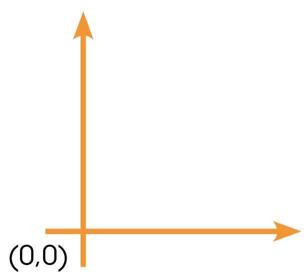
c) ¿Cómo determinaste los puntos que indican la ubicación del tesoro?

Respuesta modelo: Tuve que encontrar el punto de donde partían, es decir, el punto de referencia (0,0).

5 Comparte con tus compañeros la estrategia que seguiste.

Toma nota

Un eje es una línea recta, horizontal o vertical, sobre la que se señala un punto de referencia. Para establecer un plano, necesitamos dos ejes: uno horizontal y otro vertical; donde los dos ejes se cruzan está el punto (0,0), llamado origen. A partir de este punto de referencia podemos situar todos los puntos en el plano.



Aplica

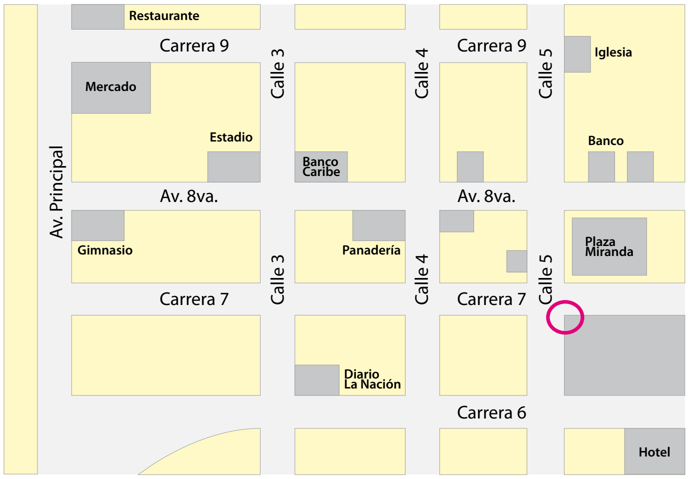
1 Alejandra retó a sus amigos a que averigüen dónde vive. Les proporcionó un croquis como el de la siguiente página y además les dio estas pistas:

Pista 1. Si camino 3 cuadras al oeste llego a la avenida principal.

Pista 2. Si camino 3 cuadras al oeste y 2 cuadras al norte llego al restaurante.

Pista 3. Para ir al gimnasio solo tengo que caminar 3 cuadras al oeste y 1 cuadra al norte.

Pista 4. El hotel está 1 cuadra al sur.



a) Señala en el croquis la esquina donde está la casa de Alejandra.

b) ¿Qué hay 2 cuadras al oeste y 1 cuadra al norte de la casa de Alejandra?

Respuesta modelo: El banco Caribe.

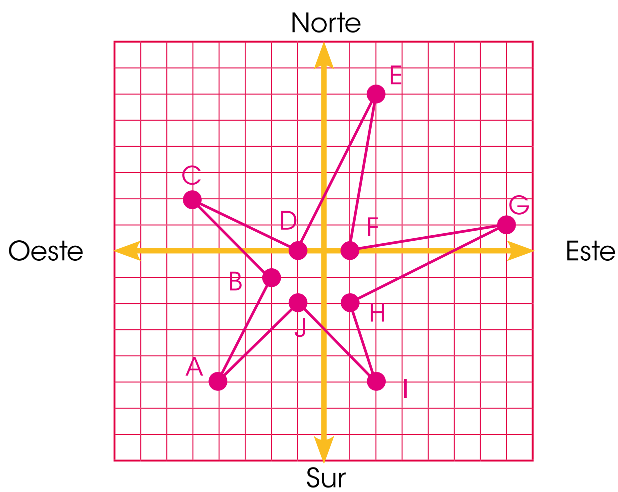
c) Describe una ruta para ir de la casa de Alejandra al Diario la Nación.

Respuesta modelo: 2 cuadras al oeste y 1 al sur.

Integra

1 Valeria debe localizar en el plano los siguientes puntos. Ayúdale marcándolos y escribiendo la letra que le corresponde a cada uno.

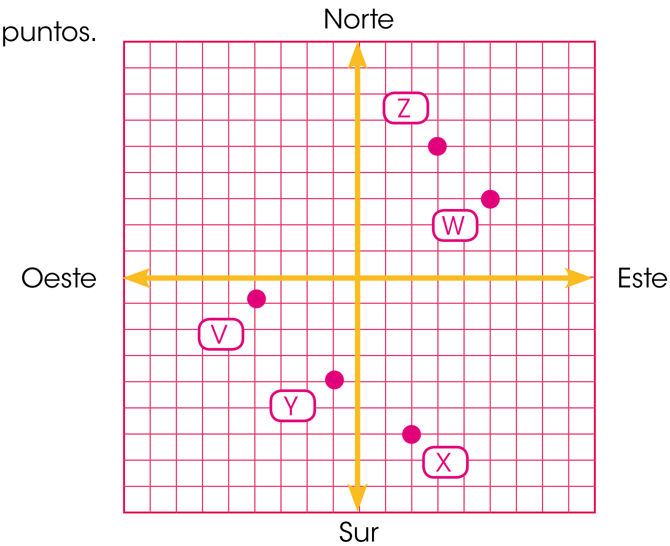
Punto A. (4 Oeste, 5 Sur)
Punto B. (2 Oeste, 1 Sur)
Punto C. (5 Oeste, 2 Norte)
Punto D. (1 Oeste, 0 Norte-sur)
Punto E. (2 Este, 6 Norte)
Punto F. (1 Este, 0 Norte-sur)
Punto G. (7 Este, 1 Norte)
Punto H. (1 Este, 2 Sur)
Punto I. (2 Este, 5 Sur)
Punto J. (1 Oeste, 2 Sur)



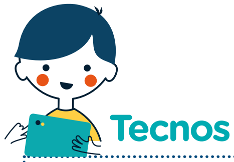
2 Si Valeria une los puntos con una línea siguiendo el orden alfabético y cierra la figura uniendo los puntos J y A, ¿qué figura se forma? RM: Una estrella

3 Señala en el plano los siguientes puntos.

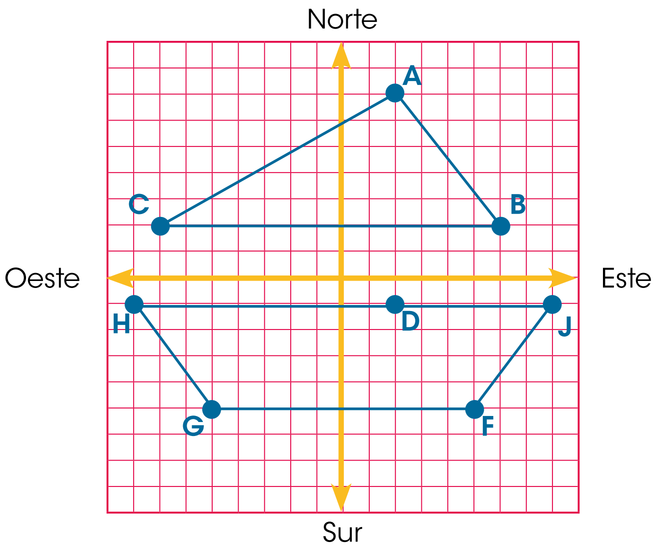
Punto Z. (3 Este, 5 Norte)
Punto Y. (1 Oeste, 4 Sur)
Punto X. (2 Este, 6 Sur)
Punto W. (5 Este, 3 Norte)
Punto V. (4 Oeste, 1 Sur)



4 Ubica los puntos en el plano.



En la siguiente dirección puedes conocer la vida del matemático René Descartes, quien dedicó parte de su trabajo a estudiar el plano cartesiano, y gracias al cual ahora podemos realizar actividades como las anteriores.
http://goo.gl/hlAsil



Punto A. 2 Este, 7 Norte

Punto B. 6 Este, 2 Norte

Punto C. 7 Oeste, 2 Norte

Punto D. 2 Este, 1 Sur

Punto J. 8 Este, 1 Sur

Punto F. 5 Este, 5 Sur.

Punto G. 5 Oeste, 5 Sur

Punto H. 8 Oeste, 1 Sur

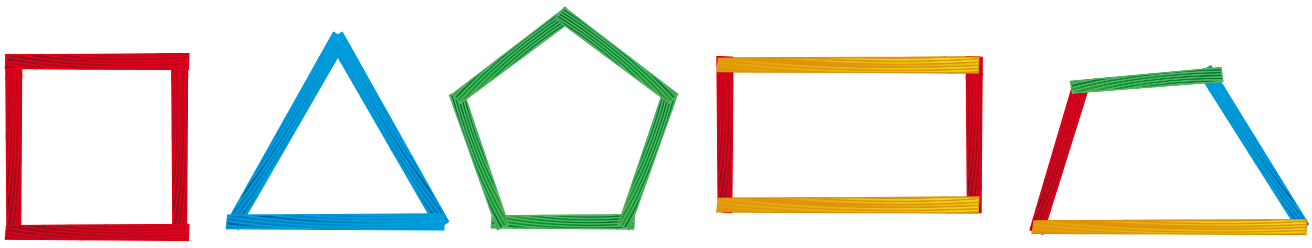
LECCIÓN 6 Perímetros

Explora

1 Jaime y Olivia juegan a formar figuras geométricas. Tienen varios palillos de estas medidas: 3.5 cm, 2.5 cm, 4 cm y 2 cm, y los usan para hacer diferentes figuras.

3.5 cm 4 cm 2.5 cm 2 cm

a) Escribe la medida del perímetro de cada figura.



Cuadrado: 10 cm

Triángulo: 10.5 cm

Pentágono: 10 cm

Rectángulo: 13 cm

Cuadrilátero: 12 cm

b) Explica cómo averiguaste el perímetro de las figuras.

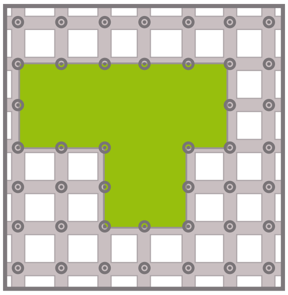
Respuesta modelo: Sumando los lados de cada figura.

Olivia quiere medir el perímetro del cuadrilátero irregular y se le ocurrió hacerlo "desdoblando" la figura y poniendo los lados en una sola línea. Así, pudo ver que el perímetro del cuadrilátero irregular equivale a la longitud de 4 palitos, colocados uno tras otro.

2 ¿Cuánto mide esta longitud? 12 cm

Aplica

Jaime y Olivia entrenan para una competencia y quieren correr diario 2 kilómetros. Piensan hacerlo en el parque que está frente a su casa, pero no saben cuánto mide el parque, es decir, cuánto correrán al darle toda una vuelta. El parque es como la siguiente figura:



Para resolver el problema, Jaime y Olivia deciden dibujar la figura en una hoja de papel. Olivia pregunta cómo pueden conocer la medida del perímetro de la figura, y Jaime le contesta: "necesitamos contar cuántas cuadras hay alrededor del parque". A continuación, hace este esquema en una hoja cuadriculada y se lo muestra a Olivia.

1 ¿Qué estrategia puede usar Jaime para conocer las medidas del dibujo?

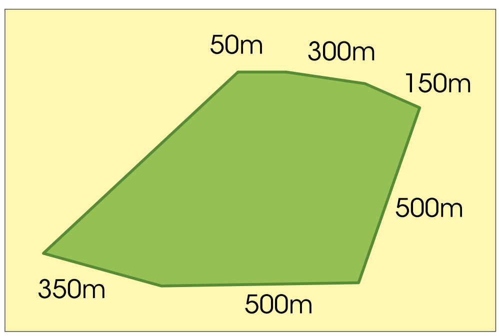
Respuesta modelo: Puede contar cuadras y averiguar cuánto mide cada una.

Luego de analizar la situación, Jaime le dice a Olivia: "En nuestro dibujo, las líneas grises representan calles, el espacio entre calle y calle es una cuadra. Como todas las cuadras que rodean al parque son iguales, podemos usar 'la cuadra' como unidad de medida". Y Olivia le responde: "Entonces, aprovechemos el dibujo que hiciste para contar cuántas cuadras hay a cada lado del parque. Y luego sumamos las medidas de todos los lados para obtener la medida total del perímetro".

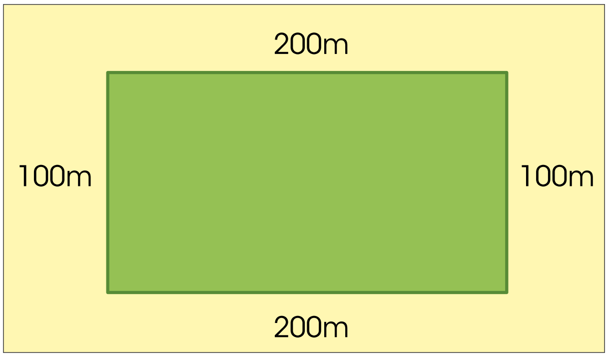
2 Expresa como una suma la medida del perímetro, utilizando "la cuadra" como unidad de medida. P = 2 + 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 5 = 18 cada una.

Olivia propone salir a medir una cuadra, para poder expresar el perímetro en metros. Los amigos concluyen que cada cuadra mide 135.7 m. Toma en cuenta el dato anterior y expresa en metros el perímetro del parque como una suma de las medidas de los lados. P = 271.4 + 135.7 + 271.4 + 271.4 + 271.4 + 271.4 + 271.4 + 678.5 = 2 442.6

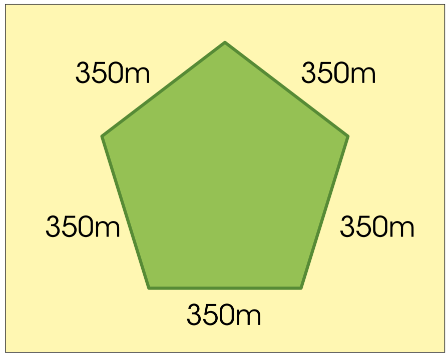
3 Calcula el perímetro de los tres parques.



Parque Viveros.



Parque
Alameda.



Parque
Pentágono.

4 ¿En cada uno de los parques sumaste todas las medidas de los lados para calcular el perímetro? Explica. Respuesta modelo: En el parque Viveros sí, en el parque Alameda multipliqué y sumé, en el parque Pentágono multipliqué.

5 ¿Se te ocurre un procedimiento más simple que sumar todos los lados para calcular el perímetro del parque Alameda? Explica.

Respuesta modelo: Se pueden sumar los dos lados diferentes y multiplicar por 2.

6 ¿Y para el parque pentágono? Explica. Respuesta modelo: Se puede multiplicar un lado por 5 porque tiene 5 lados que son iguales.

Toma nota

Los polígonos son figuras geométricas de muchos lados. Son de dos tipos: regulares si todos sus lados miden lo mismo o irregulares si sus lados tienen diferentes medidas. Un polígono convexo es aquel en el que todos los ángulos internos son agudos.

El perímetro es la medida del contorno de una figura geométrica. El perímetro de un polígono se puede calcular sumando la longitud de todos sus lados.

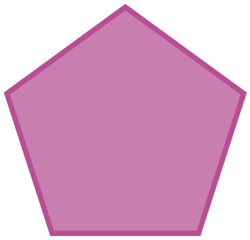
Piensa en...

- ¿Cuánto deben medir los lados de un dodecágono que tenga la misma medida de perímetro que un cuadrado que tiene 9 cm por lado?

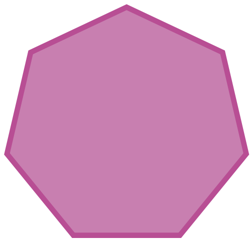
Respuesta modelo: Si el dodecágono es regular, sus lados deben medir 3 cm, si no es regular, las medidas pueden variar, pero deben sumar 36 cm.

Integra

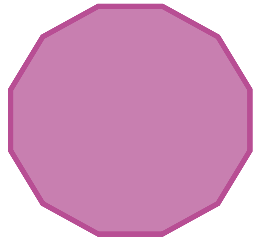
1 ¿Qué nombre recibe de cada uno de los siguientes polígonos regulares por su número de lados? Pentágono, heptágono, dodecágono.



2.64 cm



2.10 cm



1.32 cm

2 Calcula el perímetro de cada figura. RM: Pentágono P = 2.64 × 5 = 13.20 cm; heptágono P = 2.10 × 5 = 10.50 cm; dodecágono P = 1.32 × 12 = 15.84 cm

3 La familia de Jaime tiene un terreno y lo cercará usando una malla. Su tío Antonio lo llama por teléfono para recordarle que debe pasar a comprar la malla antes de visitar el terreno. Al llegar a la ferretería, Jaime se da cuenta de que olvidó el plano donde se muestra el contorno del terreno, así que llama a su tío y le pide las medidas de los lados rectos del terreno. El tío Antonio le da las siguientes medidas: 16.5 m, 54.3 m, 15.8 m, 52 m, 5.8 m.

a) En tu cuaderno, traza una imagen de la forma que podría tener el terreno. Usa una escala en la que 1 cm represente 10 m. Con ayuda de tu compás, asegúrate de que los lados rectos sean del tamaño adecuado. RM: El alumno deberá dibujar un polígono con las medidas dadas (1.7 cm, 5.4 cm, 1.6 cm, 5.2 cm y 0.6 cm).

b) Compara tu figura con las de tus compañeros. ¿Todos trazaron la misma forma?

No. En general, los terrenos son diferentes.

c) Calcula el perímetro del terreno usando las medidas que indicó el tío Antonio.

RM: P = 16.5 m + 54.3 m + 15.8 m + 52 m + 5.8 m = 144.4 m

d) Compara tus respuestas con las de tus compañeros. ¿Todos calcularon el mismo perímetro? ¿A qué se debe? Respuesta modelo: Sí, porque el perímetro depende únicamente de las medidas, no de la forma.

LECCIÓN 7 Conversión de múltiplos y submúltiplos de m, l y kg

Explora

Jorge, Emanuel y Silvia tienen plantaciones con árboles frutales y están por recolectar la cosecha. En el pueblo les dicen que están haciendo un censo y les piden que antes de irse reporten cuál es la medida de los terrenos, así como la producción que obtuvieron. Emanuel llenará los formatos y debe escribir la información en metros.

Emanuel solo tiene la información de las medidas de frente de cada propiedad: terruño, 10 hm, hacienda de la abuela, 300 dam, naranjal Cabrera: 1.5 km. Emanuel le pide ayuda a Jorge para convertir las medidas a metros, y él le propone usar la siguiente tabla:

km	hm	dam	metros	Se multiplicó por:
	10	100	1000	100
		300	3000	10
1.5	15	150	500	000

1 Completa la tabla y registra las medidas en metros.

Terruño 10 hm = 1 000 m

Hacienda de la abuela 300 dam = 3 000 m

Naranjal Cabrera 1.5 km = 1 500 m

2 Los frutos se transportarán en diferentes cajas, y el transportista les solicita que indiquen la medida de las mismas en centímetros. Jorge y Emanuel saben que las cajas tienen estas medidas: base 0.6 m, lado 4 dm y altura 255 mm. Ayuda a Jorge y Emanuel con los datos que deben reportar.

Medidas de la caja en centímetros:

60 cm x 40 cm x 25 cm

Tema: Medida

Contenido: Resolución de problemas en que sea necesaria la conversión entre los múltiplos y submúltiplos del metro, del litro y del kilogramo.

3 Completa la siguiente tabla.

m	dm	cm	mm	Para convertir en centímetros se multiplica o divide por:
0.4	4	40	400	Multiplica por 10.
0.255	2.55	2.55	255	Divide entre 10.
0.6	6	60	600	Multiplica por 100.

Mate TIP

Recuerda que para convertir medidas entre múltiplos y submúltiplos del metro, basta multiplicar o dividir por una potencia de 10 en cada caso.

Aplica

1 ¿Qué operaciones deben hacer Jorge y Emanuel para calcular las medidas de la caja en centímetros? (Describe tu estrategia.)

Multiplicar y dividir por potencias de 10. Por ejemplo, 0.6 m = 60 cm, pues 0.6 x 100 = 60.

2 Expresa 1 m, usando sus submúltiplos como unidad.

a) 1000 mm b) 100 cm c) 10 dm

3 Expresa 1 m usando sus múltiplos como unidad.

a) 0.1 dam b) 0.01 hm c) 0.001 km

4 Haz las conversiones y compara los resultados con los de un compañero.

a) 17.48 m a mm 17 480 mm

b) 3 450 dm a hm 345 hm

c) 13.45 km a dam 1 345 dam

d) 15 700 cm a km 0.157 km

Toma nota

El metro (m) es la unidad fundamental de longitud en el Sistema Internacional de Unidades (SI). Los múltiplos del metro son: kilómetro (1 km = 1 000 m), hectómetro (1 hm = 100 m) y decámetro (1 dam = 10 m). Los submúltiplos del metro son: decímetro (1 dm = 0.1 m), centímetro (1 cm = 0.01 m) y milímetro (1 mm = 0.001 m).

Los múltiplos y submúltiplos del metro aumentan o disminuyen de 10 en 10, lo que nos permite hacer conversiones entre ellos utilizando el principio del sistema decimal, al multiplicar por 100, por 1 000 o dividir entre 10, entre 100, etcétera.

Del metro también se derivan: el metro cuadrado (m^2), que sirve para medir áreas o superficies y el metro cúbico (m^3), para volúmenes.

Para medir terrenos dedicados a la agricultura, se emplean las unidades agrarias: un área equivale a 100 m^2 o 1 dam^2, y una hectárea equivale a 10 000 m^2 o 1 hm^2.

Para expresar la cantidad de líquido que cabe en un recipiente, es decir, su capacidad, se utiliza el litro y sus múltiplos y submúltiplos. Un recipiente cúbico que mide 1 dm x 1 dm x 1 dm, tiene una capacidad de 1 litro, por eso, 1 litro = 1 dm^3.

Por su parte, la unidad de peso es el kilogramo (kg).
En todas las unidades de medida del SI, se usan estos prefijos:

Prefijo	Notación	potencia de 10
kilo	k	= 1 000
hecto	h	= 100
deca	da	= 10
Ninguno		1
deci	d	1/10 = 0.1
centi	c	1/100 = 0.01
mili	m	1/1 000= 0.001

Integra

Combinando estos prefijos con los símbolos para las unidades (m, l, g), se obtienen los símbolos para múltiplos y submúltiplos. Ejemplos: decalitro (dal), miligramo (mg).

1 Ya has hecho conversiones entre metros y sus múltiplos y submúltiplos; de forma similar puedes calcular equivalencias entre medidas de capacidad y de peso. Revisa el procedimiento que seguiste y aplícalo para convertir las siguientes cantidades en litros:

a) 3 500 ml de jugo 3.5 l

b) 450 cl de jugo 4.5 l

c) 250 dal de jugo 2 500 l

d) 3.75 kl de jugo 3 750 l

2 Convierte a kilogramos.

a) 1 750 g de mermelada 1.750 kg

b) 380 hg de mermelada 38 kg

c) 257 000 mg de mermelada 0.257 kg

d) 4 585 dag de mermelada 45.85 kg

3 Jorge le pidió ayuda a sus amigos: tiene un garrafón con 15 litros de jugo de naranja y debe llenar 13 botellas de 75 cl. El líquido restante lo pondrá en botellas de 250 ml. ¿Cuántas botellas de 250 ml se llenarán?

a) Dibuja en el recuadro todos los recipientes que llenaron los jóvenes.

Los alumnos deben dibujar 13 botellas de 75 cl y 21 botellas de 250 ml.

b) Explica tu respuesta. RM: 75 cl = 0.75 l, que es la cantidad en litros que cabe en una botella. Multiplicamos 13 × 0.75 = 9.75 l, que es la cantidad en litros con la que se llenan las 13 botellas. Restamos 15 – 9.75 = 5.25 l obteniendo la cantidad de litros que sobra. 250 ml = 0.250 l, que es la cantidad en litros que cabe en una botellita, por lo tanto, 5.25 ÷ 0.250 = 21, que es la cantidad de botellitas que se llenaron.

Piensa en...

- Antiguamente, en México se utilizaba como unidad de medida de longitud la cuarta, equivalente a la separación entre los dedos meñique y pulgar extendidos.
- ¿Cuántas cuartas mide tu cuaderno? ¿Cuántas cuartas mide tu mesa de trabajo?
- ¿A cuántos mm equivale una cuarta de tu mano?

LECCIÓN 8 Gráficas de barras e histogramas de frecuencia

Explora

En el grupo de Martín deben decidir quiénes integrarán la escolta. Martín propuso que todos voten por los candidatos y seleccionen a los que tengan más votos. Cada alumno votó solo una vez y se obtuvieron estos resultados.

1 Escribe el número de votos que tuvo cada alumno.

Nombre		Votos
Adriana	///	3
Natalia	/////	5
Lucía	//	2
Daniel	///////	7
Rocío	//////	6
Fabián	//	2
Isaac	////	4
Eric	/////	5
Susana	////	4
Tamara	//	2

2 ¿Cuántos alumnos votaron? 40 alumnos

3 ¿Qué alumnos obtuvieron el menor número de votos? Lucía, Fabián y Tamara

4 ¿Cuál fue el mayor número de votos que obtuvo un alumno? 7 votos.

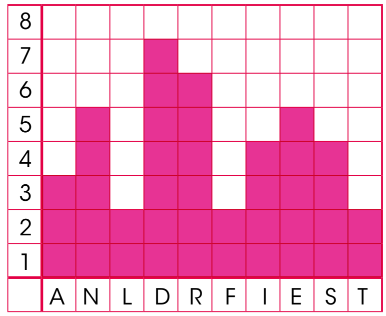
5 Observa la tabla: en ella, la información se representa de dos maneras, con números y con rayas. Comenta con un compañero y escribe cuál de las dos facilita más el análisis de los datos para contestar las preguntas. Los números

¿Por qué? RM: Porque de esta manera ya no hay que contar cada voto.

Tema: Análisis y representación de datos
Contenido: Análisis de las convenciones para la construcción de gráficas de barras.

Aplica

1 Revisa la tabla anterior y colorea un cuadro por cada voto que obtuvo el alumno.

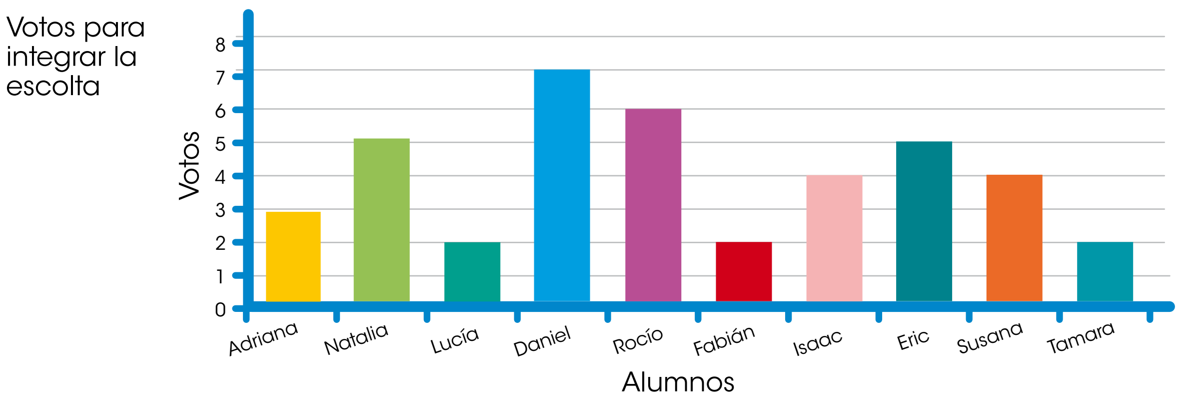


2 La escolta está compuesta por 6 alumnos. Si se respeta la propuesta de que sean los estudiantes que hayan obtenido más votos, ¿quiénes la integrarán? Respuesta modelo: Natalia, Daniel, Rocío, Isaac, Eric y Susana.

a) ¿Con cuántos votos más Adriana habría empatado con Natalia? 2 votos.

b) ¿Quién obtuvo la mayoría de votos? Respuesta modelo: Daniel

El diagrama que hiciste se parece a la gráfica de barras que se muestra. Este tipo de gráficas de barras: la que hiciste y la que se muestra, se llaman histogramas de frecuencias; cada barra representa un conteo y a su altura corresponde un número natural.



3 Lee la sección "Toma nota" y contesta estas preguntas.

a) ¿El diagrama que elaboraste es un histograma de frecuencias? RM: Sí

Explica. Respuesta modelo: Porque las alturas representan conteo.

b) ¿En el diagrama que elaboraste las categorías son continuas o ajenas entre sí?

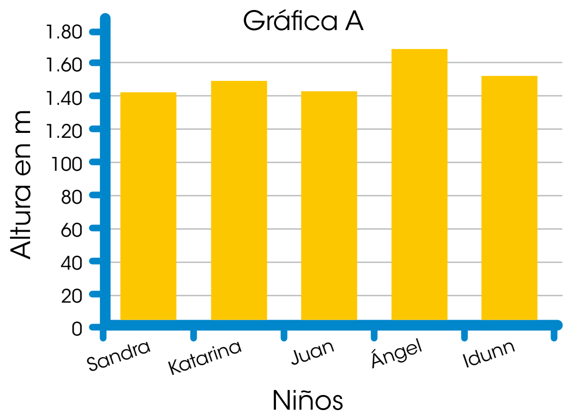
Respuesta modelo: Ajenas entre sí, porque se trata de votos entre personas diferentes.

Toma nota

Una **gráfica** es una representación visual de los datos. Las gráficas de barras representan valores numéricos de tal manera que podemos compararlos con solo verlos, pues el valor de cada categoría está dado por la altura de la barra.

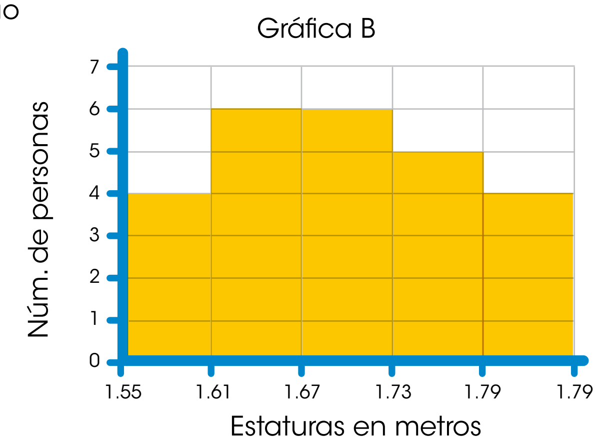
Los **histogramas de frecuencias** son una variedad especial de las gráficas de barras. En ellos, cada barra representa un número natural correspondiente a un conteo.

Para construir una gráfica de barras, primero es necesario recopilar la información numérica, ya sea contando (cuando los datos representan valores enteros, como votos o frecuencias) o midiendo (cuando los datos representan números que no son enteros, por ejemplo, porcentajes). En uno de los ejes se escriben las categorías sobre las que se presentará información (como colores, nombres de personas, regalos favoritos), o bien, información numérica continua (por ejemplo, la altura de personas). A continuación, sobre cada categoría, se dibuja una barra cuya altura es la del valor numérico que tiene la categoría. Recuerda: la altura de una barra representa un número natural, si es de un conteo, o un valor decimal, si se trata de una medida.



En la gráfica de barras (gráfica A), los valores alcanzados son números decimales, pues a cada niño le corresponde una medida.

En este histograma de frecuencias (gráfica B), los valores son números naturales, pues a cada intervalo de estaturas le corresponde un conteo. Las categorías son valores continuos, por ejemplo: la primera barra representa a las personas que miden desde 1.55 m, hasta un poco menos que 1.61 m. Observa que en cada barra se agrupan todas las estaturas en un rango de 0.06 m y que al pasar de cierto valor se cambia de categoría, es por ello que no hay separación entre las barras.



Una gráfica de barras es útil cuando queremos destacar los porcentajes de datos que componen un total. Existen gráficas verticales, en las cuales las categorías se escriben sobre el eje horizontal y las barras crecen hacia arriba, y gráficas horizontales en que las categorías se escriben sobre el eje vertical y las barras crecen hacia adelante.

Integra

1 En el colegio de Jorge publicaron en el periódico escolar los promedios del cuarto bimestre de los dos grupos de quinto grado (grupo A y grupo B). Completa la tabla con base en la información del gráfico de barras.

	Español	Matemáticas	Historia	Geografía	C. Naturales	E. Cívica
5°A	9.1	8	9.2	7.1	8	10
5°B	9.1	7	8	8.1	9	9

a) ¿En qué asignaturas el grupo A tuvo mejor promedio que el grupo B?

En Matemáticas, Historia y Educación Cívica

b) ¿En qué asignaturas el grupo B tuvo mejor promedio que el grupo A?

En Geografía y C. Naturales

c) ¿Qué promedio tuvieron los grupos en Matemáticas? 5° A obtuvo 8 y 5° B, 7.

d) ¿Hubo alguna asignatura en que los dos grupos hayan tenido el mismo promedio?

¿Cuál? Sí, en Español

e) En general, ¿cuál fue el mayor promedio y cuál fue el menor promedio?

RM: El mayor promedio fue 10 en E. Cívica y el menor, 7 en Matemáticas.

f) ¿Esta gráfica es un histograma de frecuencias? ¿Por qué?

RM: No, porque las barras no representan conteo sino medida.

2 El encargado de una nevería lleva un registro de los sabores de nieves más vendidos durante la semana, para calcular luego la cantidad de nieve cada sabor que preparará. Estos son los datos que anotó: 20 de nuez, 40 de vainilla, 30 de chocolate, 20 de chicle, 35 de limón, 50 de fresa.

Tecnos

Para conocer algunos consejos para la elaboración de gráfica de barras, visita el artículo: "Creación de gráficas de barras". Disponible en http://goo.gl/K54EC9

a) Completa la tabla de datos.

Sabor	Nuez	Vainilla	Chocolate	Chicle	Limón	Fresa
Nieves vendidas	20	40	30	20	35	50

b) Usa la información anterior para elaborar una gráfica de barras en tu cuaderno. Recuerda escribir los datos que estás representando en ella.

Evaluación

Francisco supervisa y registra las salidas de los camiones en un almacén. Hay dos líneas de camiones que transportan el material: siglo XXI y línea 16. Para tener un mejor control, Francisco completa tablas como las siguientes, en las que indica el peso que transporta cada línea al salir del almacén (la azul es siglo XXI y la anaranjada, línea 16).

Hora	5:00	5:30	6:00	6:30	7:00	7:30	8:00	8:30	9:00	10:00	11:00	12:00
Corrida	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Toneladas de varilla que salen del almacén	1/2	1	1 1/2	2	2 1/2	3	3 1/2	4	4 1/2	5	5 1/2	6
	1/4	1/2	3/4	1	1 1/4	1 1/2	1 3/4	2	2 1/4	2 1/2	2 3/4	3

1. Ximena, la hija de Francisco, se dio cuenta de que en el nombre de las líneas de camiones se usan dos sistemas de numeración diferentes. Escribe en la tabla el nombre empleando el sistema indicado.

Sistema romano	Sistema decimal
Siglo XXI	Siglo 21
Línea XVI	Línea 16

2. Francisco multiplicó el número de camiones (15) por el número (n) de viajes registrados en un día para la línea Siglo XXI y obtuvo 165. ¿Qué operación debes efectuar para calcular el número de viajes. Argumenta tu respuesta. Como la multiplicación 15 X n = 65 tiene un valor desconocido n, debemos hacer la operación inversa, una división 165 / 15 = n para saber su valor.

3. Ximena se dio cuenta de que su papá emplea sucesiones en el registro de las salidas. Analiza cada sucesión de la tabla de arriba y escribe sus siguientes tres términos.

4. Francisco calculará el total de toneladas de varilla que sale del almacén en cada viaje, por lo que agrega una fila más a su registro. Ayúdale a obtener los totales en los tres primeros viajes.

Hora	5:00	5:30	6:00
Viaje	1	2	3
Toneladas de varilla	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$
	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$
Total	$\frac{3}{4}$	$1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{4}$

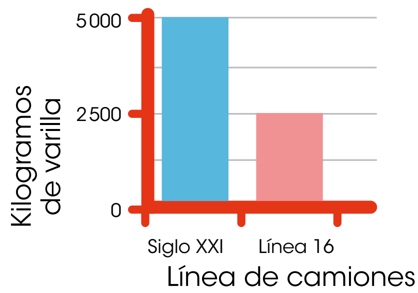
5. Francisco presentó el registro a su jefe, pero este le pidió que exprese las cantidades en kilogramos. Completa el nuevo registro.

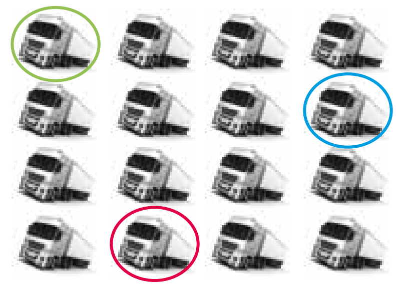
Hora	5:00	5:30	6:00	6:30	7:00	7:30	8:00	8:30	9:00
Viaje	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Toneladas de varilla	1/2 ton	1ton	1 1/2 ton	2 ton	2 1/2 ton	3 ton	3 1/2 ton	4 ton	4 1/2 ton
	1/4 ton	1/2 ton	3/4 ton	1	1 1/4 ton	1 1/2 ton	1 3/4 ton	2 ton	2 1/4 ton
Kilogramos de varilla	500 kg	1000 kg	1500 kg	2 000 kg	2 500 kg	3 000 kg	3 500 kg	4 000 kg	4 500 kg
	250 kg	500 kg	750 g	1 000 kg	1 250 kg	1 500 kg	1 750 kg	2 000 kg	2 250 kg

6. En un día, Francisco solo despachó diez viajes y esta fue la información final que concentró. Elabora una gráfica de barras que exprese los kilogramos de varilla que distribuyó cada línea de camiones.

Evaluación

Corrida	10
Toneladas de varilla que salen del almacén	5
	2 1/2
Kilogramos de varilla que salen del almacén	5 000
	2 500

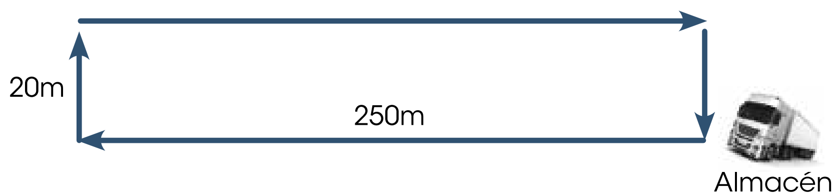




7. Para el primer viaje, los camiones de la línea 16 permanecen organizados de la siguiente forma.

Tomando en cuenta que el primer camión de la primera fila está señalado con un círculo verde, y el cuarto camión de la segunda fila está señalado con un círculo azul, ¿qué lugar, y qué fila ocupa el camión de Francisco, señalado con un círculo rojo? 2° camión de la primera fila.

8. En el trayecto del último viaje se descompuso un camión de la "Línea 16". La grúa debe hacer el siguiente recorrido para traer de vuelta el camión al almacén.



a) Calcula la distancia que deberá recorrer la grúa. 250 + 20 + 250 + 20 = 540 m

Reactivo	Lección	Contenido	Acción	Complejidad
1	1	Análisis de las similitudes y diferencias entre el sistema decimal de numeración y algunos sistemas de numeración no posicionales, como el egipcio o el romano	Analiza, calcula	Media
2	4	Análisis de las relaciones entre la multiplicación y la división como operaciones inversas	Identifica, analiza	Media
3	2	Identificación de la regularidad en sucesiones con números (incluyendo números fraccionarios) que tengan progresión aritmética, para encontrar términos faltantes o continuar la sucesión.	Identifica	Media
4	3	Resolución de problemas que impliquen sumas o restas de fracciones comunes con denominadores diferentes.	Analiza, calcula	Media
5	7	Resolución de problemas en que sea necesaria la conversión entre los múltiplos y submúltiplos del metro, del litro y del kilogramo.	Identifica, calcula	Media
6	8	Análisis de las convenciones para la construcción de gráficas de barras.	Analiza, construye	Media
7	5	Interpretación y descripción de la ubicación de objetos en el espacio, especificando dos o más puntos de referencia	Identifica	Baja
8	6	Uso de una fórmula para calcular el perímetro de polígonos, ya sea como resultado de la suma de lados o como producto	Calcula	Media

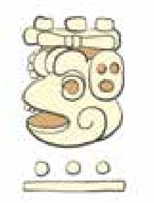
UNIDAD 5

• ACTIVA TUS COMPETENCIAS •

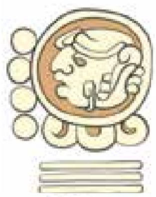
- ¿Cuántos puntos hay que conseguir en el juego de la construcción de pirámides mayas?
- ¿Cuáles son los dos números que sigue en la sucesión geométrica que hay en las cajas de los juegos?
- ¿Cómo se llama el juego que utiliza coordenadas para confrontar al enemigo?
- ¿Cómo se lee el descuento que ofrece la tienda en los juegos?

LECCIÓN 1 Sistema de numeración maya

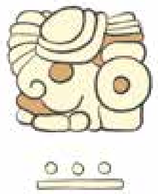
Explora



Elizabeth y su hija, Pamela, están de visita en algunas zonas arqueológicas mayas de México. Al ver la escritura en las estelas (monolitos tallados en una pieza), Pamela le pregunta a su mamá por qué hay unos símbolos muy complejos y otros muy sencillos, con puntos y líneas. Observa los símbolos:

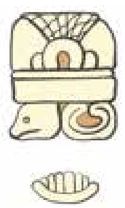


Elizabeth le dice a Pamela que esos símbolos pertenecen al sistema de numeración maya. Y además, le explica las características de este sistema: "Cada punto vale 1 unidad y cada línea vale 5, y máximo se pueden poner juntos cuatro puntos y tres líneas. El símbolo con forma de caracol vale cero".



1 ¿Qué valor representan los números mayas que aparecen en las dos primeras estelas? 8 y 15

Al observar una tercera estela, Pamela ve que hay 5 puntos juntos, y esto no concuerda con lo que le dijo su mamá. Además, advierte que, en las dos últimas estelas, hay un espacio grande que separa los símbolos. Su mamá le explica que los mayas acomodaban los números en niveles de abajo hacia arriba, y el espacio blanco es para distinguir el primer y segundo nivel. En el segundo nivel, se modifica el valor de los símbolos: los que valían 1, 5 y 0, valen 1 × 20, 5 × 20 y 0 × 20, respectivamente.



2 ¿Qué números se encuentran en la tercera y cuarta estelas? 48 y 40

Elizabeth le comenta a Pamela que tanto el sistema maya como el sistema decimal que utilizamos son posicionales, y que la estructura de los sistemas posicionales permite representar fácilmente cualquier cantidad, por muy grande que sea.

En el sistema maya el valor de los símbolos en cada posición se multiplica por una potencia del número 20, por eso se le denomina vigesimal. En el sistema que usamos cotidianamente, el valor del símbolo en cada posición se multiplica por una potencia del diez, por eso se le llama decimal.
Las potencias del sistema que utilizamos diariamente son potencias de diez, que conforman el sistema decimal: 1 = (100), 10 = (101), 100 = (102), 1 000 = (103), etcétera.

3 Escribe los valores que tiene el punto de la escritura maya (vigesimal, base 20), al ser escrito en los niveles superiores:

En el primer nivel: 1 | En el tercer nivel: 400=202

En el segundo nivel: 20=201 | En el segundo nivel: 8000=203

Aplica

1 Completa las tablas.

a) Sistema decimal

Número	2	5	3	5
Potencia de 10	10^3	10^2	10^1	10^0
Se multiplica por:	2×1000	5×100	3×10	5×1
Resultado	2000	500	30	5

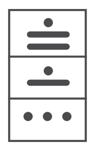
El número 2 535 en sistema decimal equivale a la suma:

2 000 + 500 + 30 + 5 = 2 535.

b) Sistema vigesimal

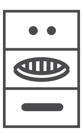
Número	Potencia de 20	Se multiplica por:	Resultado
	20^3	$1 \times 20 \times 20 \times 20$	8 000
	20^2	$10 \times 20 \times 20$	4 000
	20^1	6×20	120
	20^0	3×1	3

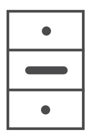
2 Escribe como suma el valor que representa el número maya:



8 000 + 4000 + 120 + 3 = 12 123

3 Representa en sistema decimal los números mayas. Considera que la posición inicial comienza en el piso de abajo o primer nivel.

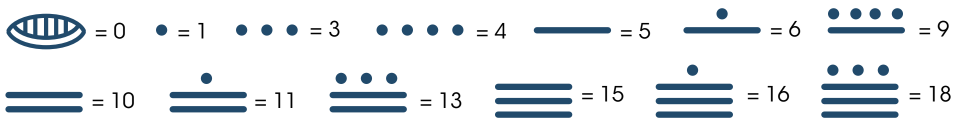
a)  805

b)  501

Toma nota

Como ya estudiaste antes, existen sistemas de numeración no posicionales, por ejemplo, el egipcio, y semi-posicionales, como el romano. A diferencia de estos, los sistemas de numeración **posicionales**, como el sistema indo arábigo decimal o el sistema maya vigesimal, se conforman por una colección de símbolos con valores definidos, los cuales se multiplican por potencias de un número especial llamado base (10 en sistema decimal, 20 en sistema vigesimal), según la posición que ocupan en la escritura. Así, en el sistema decimal reconocemos unidades, decenas, centenas, etcétera, que representan la posición de las cifras en la escritura.

En el sistema de numeración decimal, los símbolos son 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. En el sistema de numeración maya, las cifras son una combinación de símbolos más básicos: el punto, la línea y el caracol:

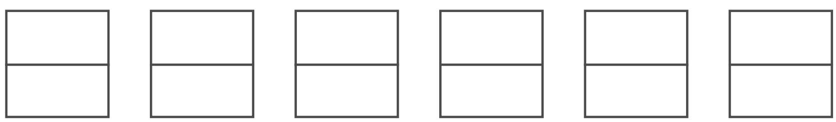


Estas cifras mayas se colocan de abajo hacia arriba, formando una torre, de forma similar a como las cifras del sistema decimal se colocan de derecha a izquierda, pero, en lugar de multiplicarse por potencias de 10: 100 = 1, 101 = 10, 102 = 100, etcétera, se multiplican por potencias de 20: 200 = 1, 201 = 20, 202 = 400, 203 = 8 000.

El símbolo  es muy importante, pues representa el concepto de *vacío* que solo tienen los sistemas posicionales. De manera sorprendente, dos culturas que no tuvieron contacto entre sí (una en la península de Yucatán y otra en el valle del Indo), desarrollaron un símbolo similar.

Integra

1 Como Elizabeth vio que su hija se interesó mucho en la explicación que le dio acerca de las semejanzas entre el sistema decimal y el sistema vigesimal, le propone que jueguen a escribir los números 20 al 25 en el sistema maya. Para ello, le recuerda que el valor de un numeral maya puede obtenerlo sumando los valores relativos de sus cifras. Ayuda a Pamela a escribir los números.



20 21 22 23 24 25

2 ¿Qué número representa la imagen? Escríbelo en sistema decimal de numeración decimal. 35

Sabías que...

El sistema posicional de base 2, o sistema binario, es muy usado en la actualidad, emplea solo dos numerales, el 0 y el 1, para representar cualquier número. Este sistema es el que se utiliza en las computadoras, por su economía de símbolos. Se crea con las potencias del número 2 (20 = 1, 21 = 2, 22 = 4, 23 = 8, etcétera). ¿Qué similitud que puedes encontrar entre el sistema binario, el sistema maya y el sistema decimal?

LECCIÓN 2 Expresión *n/m*

Explora

1 Manuel organizó la celebración del cumpleaños de su hijo Adrián. Luego de la fiesta surge un gran debate en la familia, pues Jorge, el hermano mayor de Adrián, asegura que en su fiesta de cumpleaños les tocó menos cantidad de pastel a sus amigos.

a) A la fiesta de Adrián asistieron 12 amigos, y Manuel compró un pastel de 800 g. ¿Cuánto pastel le tocó a cada invitado, considerando que a todos les repartieron porciones iguales? 800/12 ≈ 66.67 gramos

Explica cómo obtuviste tu respuesta. Respuesta modelo: Dividiendo la cantidad de pastel entre el número de invitados.

b) El debate sobre la cantidad de pastel surgió porque en la fiesta de Jorge hubo un pastel de 600 g para los 8 invitados. ¿En qué fiesta le dieron más pastel a cada niño? Respuesta modelo: En la fiesta de Jorge pues cada invitado recibió aproximadamente 75 g de pastel.

c) ¿Cómo se podría comprobar el resultado? Respuesta modelo: Se debe dividir el número de gramos por el número de invitados y después comparar las respuestas.

2 Manuel quiere detener el debate entre sus hijos y los anima a identificar quién está en lo correcto: "Miren, en la fiesta de Adrián hubo un pastel de 800 g para 12 niños, así que la cantidad de pastel que recibió cada uno se puede expresar con la fracción 800/12".

a) ¿Qué significa la fracción que planteó Manuel? Respuesta modelo: Significa la cantidad de pastel que recibió cada niño.

b) Expresa con una fracción la cantidad de pastel que tocó a cada niño en la fiesta de Jorge. 600/8.

3 Escribe y compara las fracciones anteriores usando el símbolo >, <, o =.

600/8 > 800/12.

4 Completa el texto. Escribe las cantidades y usa las palabras más o menos según corresponda.

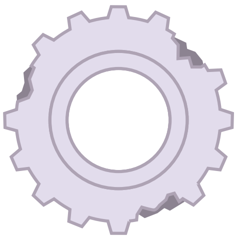
Tema: Números y sistemas de numeración

Contenido: Uso de la expresión n/m para representar el cociente de una medida entera (*n*) entre un número natural (*m*): 2 pasteles entre 3; 5 metros entre 4, etcétera.

5 En la fiesta de Adrián, cada niño recibió una rebanada de 66.67 g de pastel, es decir, les tocó menos pastel que en la fiesta de Jorge, pues en ella a cada niño le dieron una rebanada de 75 g .

Aplica

1 En equipos, acuerden estrategias para resolver los siguientes problemas. Escriban su respuesta y cómo la obtuvieron.



a) Roberto desarmó parte de la maquinaria de su automóvil y vio que los dientes de uno de los engranes se dañaron. Observa la imagen y responde: ¿cuántos dientes del engrane se han dañado? Exprésalo como una razón del total de dientes.

Respuesta modelo: Los engranes se dañaron en razón de 3/16.

b) El movimiento generado por un tráiler que pasó junto a la casa de Fernando hizo que 15 de sus discos compactos se cayeran al suelo. Si en total hay 60 discos, ¿qué razón de los discos se cayó?

Respuesta modelo: Los discos cayeron al suelo en razón de 15/60.

c) La tía de Mariano le pidió ayuda para recoger las naranjas de su huerto, y le pagará dándole 2 de cada 7 naranjas que recoja. En el huerto se encuentra con Rafael, quien hace la misma tarea, pero recibe como pago 12 de cada 50 naranjas. ¿A cuál de los niños le dan mejor pago? Explica tu respuesta.

Respuesta modelo: Como 2/7 > 12/50, a Mariano le pagan mejor que a Rafael.

d) José gasta \$600 para comprar los 50 litros de gasolina que ocupa para llenar tanque de su automóvil. Ulises paga \$672 por los 60 litros de diesel con los que se llena su tanque. ¿Cuál de los dos paga menos por cada litro de combustible?

RM: Como 600/50 > 672/60, Ulises paga menos que José por litro de combustible.

e) Para un trabajo escolar, Antonio y Jimena deben cortar varias tablas de madera de 150 cm en 3 tramos iguales, es decir, a razón de 150/3 cm por tramo. Jimena solo encontró tablas de 250 cm. ¿Cuántas piezas deben sacar de cada tabla para obtener secciones de la longitud adecuada? Justifica tu respuesta completando la igualdad de las razones. 150/3 = 250/ 5

Toma nota

La expresión *n*/*m* representa la comparación de dos números naturales a la que llamamos razón. La razón *n*/*m* puede entenderse numéricamente de dos maneras:

Como fracción *n*/*m*, por ejemplo: 3/5 "tres de cada cinco"

Como cociente de la división $n \div m$, por ejemplo: $3 \div 5 = 0.6$

En los dos casos, la razón n/m permite utilizar la comparación numérica entre dos cantidades (*n, m*) como una medida.

Por ejemplo, si se reparten gramos de pastel entre personas, la expresión 600 gramos /8 personas, puede interpretarse como la fracción 600/8, pero lo correcto es interpretarla como el cociente 600 ÷ 8 = 75, esto indica que a cada persona le tocan 75 g de pastel. En el problema que resolviste en la sección Explora, los cocientes 600 ÷ 8 = 75 y 800 ÷ 12 ≈ 66 te permitieron comparar los datos de dos situaciones, para saber en cuál de las fiestas los invitados recibieron más pastel.

Integra

1 Ahora, Adrián sabe que puede representar algunas situaciones con apoyo del concepto de *razón*. Su papá le pide que le ayude a obtener cortes de madera para hacer las 4 patas de una mesa rectangular.

Para esta tarea, por lo general, Manuel toma una madera 320 cm y la divide en 4 piezas iguales, pero esta vez, solo tienen maderas de 240 cm.

a) ¿Cuántas piezas debe obtener Adrián de cada madera? 3 piezas

b) ¿De qué tamaño debe ser cada pieza? 80 cm

c) ¿Cuántos tramos de 240 cm necesitará Adrián? Respuesta modelo: 2 tramos, pues de 1 tramo únicamente podrá obtener 3 patas.

d) Traza los cortes de cada situación sobre el siguiente dibujo.

Tramo de 320 cm.

Tramo de 240 cm

2 La maestra Miriam llevó un coche de control remoto a clases para ejemplificar algunos conceptos de las razones. Junto con los alumnos, recorrió el patio de la escuela tres veces para observar cuánto avanzaba el coche y el tiempo en que lo hacía. Estos son los datos que obtuvieron:

Primera carrera. Avanzó 15 metros en 10 segundos.

Segunda carrera. Avanzó 20 metros en 12 segundos.

Tercera carrera. Avanzó 25 metros en 15 segundos.

Calcula en cada caso la razón n/m = distancia/tiempo; esta razón, expresada en metros/segundo, es la velocidad.

a) Adrián asegura que el carro viajó más rápido en la segunda carrera, pero su amiga Mariana afirma que fue más veloz en la tercera. ¿En cuál de esas dos carreras el auto viajó más rápido? RM: En ambas viajó a la misma velocidad.

b) Compara la velocidad del coche en la segunda y la tercera carrera usando dos razones. RM: 20/12 = 25/15

c) Completa la tabla.

	Carrera 1	Carrera 2	Carrera 3
Distancia en metros (m)	15	20	25
Tiempo en segundos (s)	10	12	15
Velocidad metros/segundos (m/s)	15/10 = 1.5	20/12 = 1.67	25/15 = 1.67

d) ¿Cuál de las tres carreras fue más larga? RM: La tercera.

e) ¿Quién tiene razón: Adrián o Mariana? RM: Los dos tienen razón.

Explica por qué. Respuesta modelo: En las dos últimas carreras, las razones distancia/tiempo son iguales. Por ello, el carro viajó a la misma velocidad.

Piensa en...

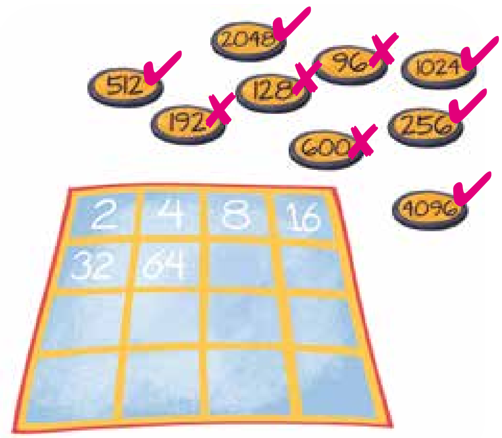
- Te proponemos este reto: escribe en tu cuaderno los minutos que inviertes en un día normal para llegar a la escuela y volver a casa; por ejemplo, 15 minutos. Averigua la distancia en metros que recorres en tu camino de ida y vuelta; por ejemplo, m = 1200 metros.
  Calcula la razón, m/n = distancia/tiempo de transporte, expresada en metros por minuto y llámala *velocidad de transporte en metros por minuto*.
  Usa tu calculadora para obtener tu velocidad de transporte en *kilómetros por hora*, dividiéndola entre 1000 y multiplicándola por 60.

- Compara tu velocidad de transporte con la de tus compañeros.
  Escriban en el pizarrón una tabla en la que incluyan el nombre de cada compañero, su velocidad de transporte y los medios de transporte que emplea.
  Después, ordenen en su cuaderno las velocidades de mayor a menor y contesten: ¿Es cierto que el automóvil particular es el medio de transporte más rápido?

LECCIÓN 3 Sucesiones

Explora

A Graciela y Arturo les gusta inventar pasatiempos con números. Él le propone un juego que consiste en presentar números en un tablero para que otro jugador escriba los números faltantes. Ella observa el tablero y advierte que para responder debe entender la regla que Arturo siguió para escribir los números de las primeras casillas.



1 Graciela revisa las fichas y observa que algunas sí tienen los números que ocupa (aunque no todos) y hay otras que no corresponden a la sucesión. Marca con una ✔ las fichas que son parte de la sucesión y permiten completar el tablero, y con un ✘ aquellas que no pertenecen.

a) Qué números faltarían para completar el tablero? 8 192, 16 384, 32 768, 65 536

2 Ahora, Graciela decide proponer su propia regla. Escribe los números correspondientes en los cuadros que dejó vacíos.

1	3	9
27	81	243
729	2 187	6 561

3 Observa este tablero. ¿Cuál es la regla de sucesión? RM: Se comienza con el número 1 y se va multiplicando por 5, sucesivamente, para obtener los siguientes términos.

1	5	25
125	645	3 215
15 635	78 125	390 625

4 Arturo construye una sucesión con estas características: se inicia en el número 5 y para calcular el siguiente término hay que multiplicar al término anterior por 3. Arturo desafía a Graciela: “Contando el 5, ¿puedes descubrir cuántos términos se debe calcular antes de rebasar el número 400?”.

a) Responde la pregunta, si es necesario haz una tabla o una lista para calcularlo.

Respuesta modelo: 5, 15, 45, 135, 405. En el quinto número se rebasa el 400.

Tema: Números y sistemas de numeración

Contenido: Identificación de la regularidad en sucesiones con números que tengan progresión geométrica, para establecer si un término (cercano) pertenece o no a la sucesión.

Aplica

1 Arturo y Graciela asisten a un concierto. Saben que algunos boletos permitirán a los poseedores ingresar a los camerinos y ganar una playera autografiada. Al concierto ingresaron 2 000 personas, Arturo tiene el boleto 1 457 y Graciela el 1 458. Arturo sabe que para elegir los boletos premiados, se siguió esta regla: el primer ganador es el boleto 2 y el resto se eligen multiplicando cada boleto ganador anterior por 3. Arturo le dice a Graciela que él ganará una playera. ¿Está en lo correcto? Explica.

Respuesta modelo: No. Sólo Graciela obtendrá el premio, pues su número pertenece a la progresión geométrica: 2, 6, 18, 54, 162, 486, 1 458,…

2 Se estima que la población humana se duplica cada 25 años. Actualmente hay una población aproximada de 7 000 millones de habitantes. Calcula la población que habrá en el mundo dentro de 100 años. Respuesta modelo: 7 000, 14 000, 28 000, 56 000, 112 000. En 100 años habrá 112 000 millones de habitantes (ciento doce mil millones de habitantes).

Toma nota

Las sucesiones son listados de números llamados términos, los cuales siguen una regla. Las sucesiones, por lo general, tienen un primer término, pero no siempre tienen un último, es decir, son infinitas. Entre las sucesiones destacan dos tipos, que tienen estas reglas:

Regla 1. En las progresiones aritméticas la regla es sumar a cada término una cantidad constante para obtener el siguiente. Por ejemplo, en progresión aritmética cuyo primer término es 10 y la constante $c = 4$, la sucesión es: 10, 14, 18, 22, 26,...

Regla 2. En las progresiones geométricas la regla es multiplicar a cada término una cantidad constante para obtener el siguiente término. Por ejemplo, en una progresión geométrica en la que el primer término es 10 y la constante $c = 4$ se obtiene: 10, 40, 160, 640,…

Las tablas de multiplicar son progresiones aritméticas, en las que el término inicial es 0 y la constante es el número que da origen a la tabla; por ejemplo, en el caso de la tabla del 2, tenemos: 0, 2, 4, 6, 8, 10,…

La organización de nuestro sistema decimal de numeración en potencias de 10 es un ejemplo de progresión geométrica en la que el término inicial es 1 y la constante es 10: 1, 10, 100, 1 000…

Integra

1 Arturo y Graciela están jugando de nuevo. Como en los tableros solo pueden escribir 9 números, Graciela propone colocar los números en una lista, como la siguiente, para poder escribir muchos números más:

1, 5, __ , 125, __ , 3 125, __ , 78 125, 390 625, …

Y le hace a Arturo estas preguntas:

a) ¿El número 9 765 643 será parte de la sucesión? Responde y justifica.

RM: No, porque todos los números deben ser múltiplos de 5 y éste no.

Arturo se pregunta si las progresiones geométricas se usan en la vida diaria e investiga al respecto. Al día siguiente, le explica a Graciela:

"Mi papá me dijo que, en los bancos, para calcular los intereses de los cuentahabientes, multiplican cada mes la cantidad que hay en la cuenta por un número constante, llamado tasa de interés mensual, por ejemplo, si en una cuenta de banco hay 1 000 y la tasa es de 1% mensual (que significa que cada mes gana 1%), el crecimiento de la cuenta es como en esta progresión: 1 000, 1 010, 1 020.1, 1 030.301, … se obtiene multiplicando cada valor por 1.01."

2 ¿Cuánto dinero habrá en la cuenta del ejemplo anterior, luego de un año de que se abrió? Respuesta modelo: Al cumplirse un año habrá $1 126.83 (redondeando la cantidad de centavos para escribir la cantidad final. Si se redondea desde antes o si se usa una calculadora de bolsillo, se obtendrá una cantidad menor, la calculadora redondea, pues sólo puede manejar cantidades hasta de 8 dígitos, incluidos los decimales).

3 En un torneo de tenis hay 32 participantes y en cada ronda se elimina la mitad; este proceso se puede explicar tomando el 32 como término inicial y multiplicándolo por el valor 0.5. Escribe la progresión geométrica propuesta. RM: 32, 16, 8, 4, 2, 1.

4 Al llegar al encuentro final, la progresión anterior debe terminar en 1, pues este número indica que sólo quedó una persona, y es el ganador del torneo. ¿Cuántas rondas tendrá el torneo hasta llegar al ganador?

Respuesta modelo: 5 rondas, pues se multiplica por 0.5, 5 veces hasta llegar a 1.

Mate TIP

Las calculadoras sencillas pueden servirnos para encontrar los números que conforman una progresión geométrica, pero al usarlas hay que tener en cuenta que son limitadas. Por ejemplo, para una sucesión que se inicia con el número 1 y cuyo término siguiente se obtiene al multiplicar por 4, hay que multiplicar sucesivamente por 4, pero, la pantalla de algunas calculadoras solo admite 8 dígitos, así que podremos hacer la multiplicación 13 veces; después, obtendremos un error.

En algunas calculadoras basta presionar dos veces la tecla ×, y luego = cada vez que queramos obtener el siguiente término de la progresión geométrica.

LECCIÓN 4 Suma y multiplicación

Explora

1 Daniela y Fernanda pintarán la cerca que rodea su casa, y quieren calcular su longitud para saber cuánta pintura comprar. Daniela sabe que el terreno mide 12.25 m de ancho y 6.75 m de largo, y le pregunta a Fernanda si con estos datos pueden calcular la longitud total de la cerca; ella le responde que sí, que solo debe sumar los lados de la figura. Ayuda a Daniela completando lo siguiente:

a) (6.75) + (6.75) = 2 × (6.75) = 13.5

b) (12.25) + (12.25) = (6.75) × 2 = 24.5

Total: 24.5 + 13.5 = 38 m

2 Ayuda a Daniela a calcular la longitud de las bardas de otros terrenos con forma de polígonos regulares.

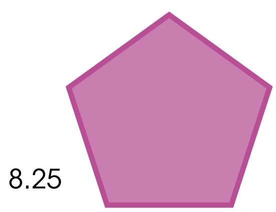
a) La barda de un terreno con forma cuadrada de 14.75.

(14.75) + (14.75) + (14.75) + (14.75) = (14.75) × (4) = 58 cm

b) El perímetro de un terreno con forma de pentágono que mide 8.25 m por lado.

8.25 + 8.25 + 8.25 + 8.25 +8.25 = 8.25 × 5 = 41.25

c) Para un terreno con forma de octágono regular cuyos lados miden lo mismo que el lado del pentágono del inciso anterior, ¿cuánto mide su perímetro? 66 m



Tema: Problemas multiplicativos

Contenido: Resolución de problemas que impliquen multiplicaciones de números decimales por números naturales, con el apoyo de la suma iterada.

Aplica

1 Sara necesita poner una cuerda entre su casa y el árbol en su patio, pero no tiene instrumentos para medir la distancia entre ellos. Su amigo Carlos le propone usar sus pasos como unidad de medida. Cada paso de Carlos mide 56.5 cm, y entre la casa y el árbol hay 8 pasos. ¿De qué longitud debe comprar la cuerda Sara? Calcula sumando 8 veces: 452 cm

2 Ana decorará el contorno de un cartel cuadrangular con cuatro tiras de colores y cada una mide 12.37 cm. ¿Cuánto mide el contorno del cartel? Suma para obtener la respuesta. 49.48 cm

Tecnos

En esta página aprenderás un poco más sobre las multiplicaciones con números decimales: http://goo.gl/55gRJ6

3 Además de la suma, ¿hay algún otro procedimiento que te permitiría calcular las respuestas de los problemas anteriores? Respuesta modelo: Sí, la multiplicación.

Toma nota

La multiplicación puede entenderse como una suma repetida de una cantidad. Por ejemplo, en el problema 2, la longitud total de las 4 tiras de 12.37 cm, puede calcularse con una suma: 12.37 + 12.37 + 12.37 + 12.37, o bien, una multiplicación: 4×12.37. En esta operación, el 4 es el multiplicador (el que multiplica), mientras que el 12.37 es el multiplicando (el número que es multiplicado). Así, la multiplicación puede entenderse como: una cierta cantidad entera o decimal que se repite un número entero de veces.

Para multiplicar un decimal por un natural usando el procedimiento que ya conoces, lo más práctico es elegir como segundo factor el número que tiene menos cifras (para que la operación sea más corta), independientemente de que éste sea decimal o natural; la operación se resuelve tal y como se hace con números naturales.

En el producto, contamos de derecha a izquierda tantas posiciones como cifras decimales tenga el número decimal, y ahí escribimos el punto.
Por ejemplo:

$$\begin{array}{r} 452.23 \\ \times \quad 12 \\ \hline 90446 \\ 45223 \\ \hline 5426.76 \end{array}$$

Integra

1 A Esteban le encargaron recortar caritas felices de una tira de papel. El diámetro de cada carita es 7.37 cm. ¿Cuánto mide de largo una tira con 10 caritas? 737 cm

2 Si Esteban tuviera que recortar de una tira de papel 100 caritas de las mismas dimensiones que en el caso anterior, ¿cuánto debería medir la tira? 737 cm

3 ¿Y si fueran 1 000 caritas? 7 370 cm

4 Si Esteban tuviera una tela con 5 caritas, cada una, con un diámetro de 45.25 cm, ¿cuánto mediría la tela? 226.25 cm

Explica como resolviste el problema. Respuesta libre.

5 Daniela debe calcular el perímetro de varios terrenos con forma de polígono regular y se pregunta si seguirá siendo práctico hacerlo con sumas o le conviene más hacerlo con multiplicaciones. Ayuda a Daniela a calcular los datos que necesita.

a) $16.89 \times 4 =$ 67.56

b) $54.123 \times 5 =$ 270.615

c) $38.52 \times 6 =$ 231.36

d) $0.58 \times 7 =$ 4.06

e) $2.5 \times 8 =$ 20

Sabías que...

Las potencias de base 10 son iguales a la unidad seguida de tantos ceros como indica el exponente. Así:

$$10^1 = 10,\ 10^2 = 100,\ 10^3 = 1\,000...$$

Al multiplicar un decimal por una potencia de 10, el punto decimal se recorre tantos lugares a la derecha, como el número de ceros que tenga la potencia de 10. Por ejemplo:

$$458.423 \times 100 = 45\,842.3$$

Observa que se cuentan los ceros de la potencia de 10, que en este caso son 2, por lo tanto, el punto decimal se recorre dos lugares a la derecha.

LECCIÓN 5 Círculo y circunferencia

Explora

1 Lee la situación y responde.

Job, Horacio y Julián juegan futbol en el parque. Un jugador le comete falta a Job y todos le piden al árbitro que la penalice. El árbitro necesita colocar el balón con un bote a tierra, pero no quiere darle ventaja a algún jugador y hace señas a todos para que se alejen de donde él está. El árbitro le pide a todos que se mantengan a más de un metro del balón y Job, representado por el punto verde, se sitúa exactamente a un metro de distancia.

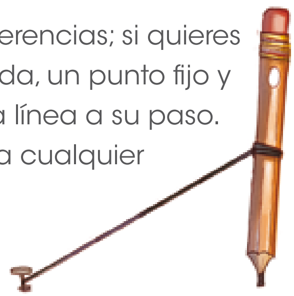
Mate TIP

Para esta actividad utiliza tu juego de geometría.

a) Con segmentos de línea recta, une cada uno de los puntos con el balón de futbol. La longitud de cada segmento representa la distancia del jugador al balón.

b) El árbitro traza con el dedo una circunferencia imaginaria y pide que nadie se pase de esta línea, pues nadie debe estar más cerca que Job. Traza sobre la cancha de juego la línea imaginaria que el árbitro señaló. RM: Los alumnos deben trazar un círculo de 1 cm de radio, pasando por el punto verde.

Observa el balón de la imagen, es el centro de muchas circunferencias; si quieres comprobar esta teoría dibuja una circunferencia con una cuerda, un punto fijo y una punta que se mueva alrededor de ese punto trazando una línea a su paso. La longitud de la cuerda es la distancia que hay del punto fijo a cualquier punto de la línea trazada por la punta.

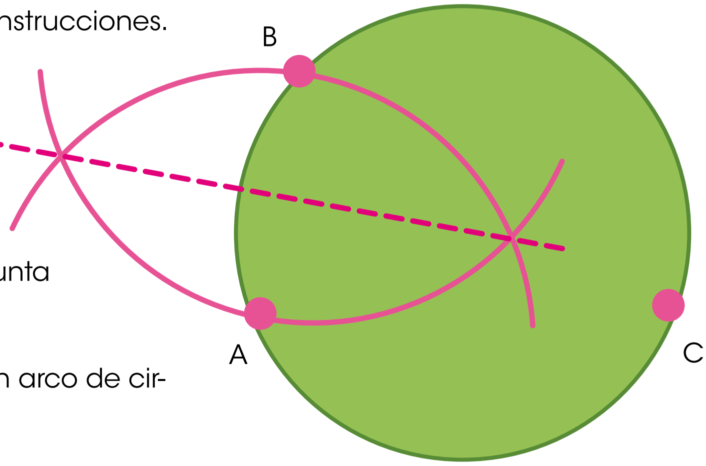


c) Traza sobre la cancha circunferencias que marquen distancias de 2 y 3 m alrededor del balón. Usa como referencia la circunferencia sobre la que se encuentra Job.

Aplica

1 Formen equipos y seleccionen objetos redondos del salón de clases. Usen los contornos de los objetos para trazar cuatro circunferencias de distintos tamaños y marquen el lugar exacto donde debe encontrarse el centro de cada circunferencia. Describan sus estrategias. Respuesta libre.

2 Observa la figura y sigue estas instrucciones.



a) Sobre la circunferencia, escoge tres puntos y márcalos con las letras A, B y C.

b) Coloca el punto fijo de tu compás en el punto A y la punta móvil en el punto B.

c) Gira el compás para trazar un arco de circunferencia.

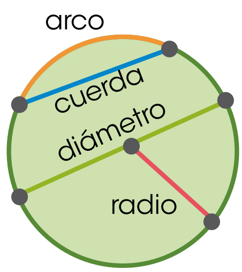
d) Ahora coloca el punto fijo del compás en B y el móvil en A, y repite el procedimiento para trazar el arco. Une los puntos donde se cruzan los arcos trazando un segmento de línea recta.

e) Repite el procedimiento con las parejas de puntos BC y CA.

f) ¿Qué tiene de especial el punto en el que se cruzan los tres segmentos?

Respuesta modelo: Es el centro de la circunferencia.

Toma nota



Un punto que gira en torno de otro punto fijo conservando siempre la misma distancia genera una circunferencia. La superficie contenida dentro de la circunferencia recibe el nombre de círculo.

Hay algunas líneas importantes relacionadas con la circunferencia:

Arco: es una sección abierta entre dos puntos de la circunferencia.

Diámetro: es el segmento recto que une dos puntos opuestos de la circunferencia. Cualquier par de diámetros se cortan en el centro de la circunferencia.

Radio: es el segmento rectilíneo que une el centro con cualquier punto de la circunferencia.

Cuerda: es el segmento rectilíneo que une dos puntos de la circunferencia y no necesariamente pasa por el centro.

Integra

1 Horacio necesita dibujar 2 circunferencias, cuyos diámetros sean 5 cm y 8 cm, respectivamente. Trázalas.

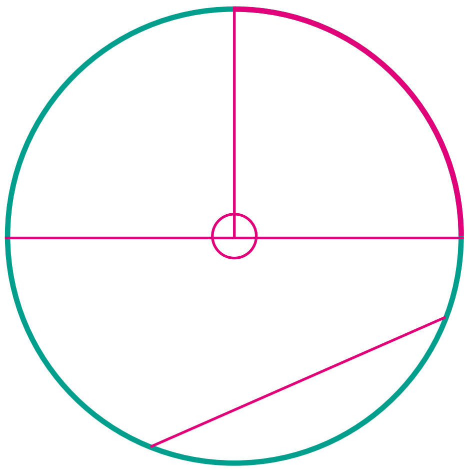
a) ¿Cuál es la medida del radio de cada circunferencia? 2.5 cm y 4 cm.

b) Traza un segmento de recta y luego dibuja una circunferencia que tenga como diámetro ese segmento.

c) Explica cómo localizaste el centro del diámetro para trazar la circunferencia.

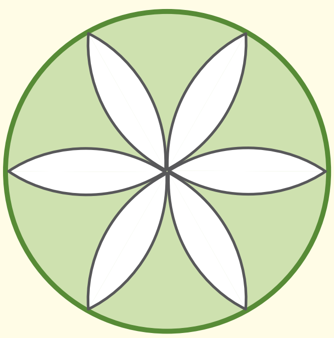
Respuesta modelo: La recta que se construyó en el problema 2 de "Aplica" corta al diámetro en su punto medio.

En la siguiente circunferencia, marca el centro, un radio, un diámetro, una cuerda y un arco.



Piensa en...

- Reproduce esta figura en tu cuaderno; utiliza solamente el compás.



Forma, espacio y medida

LECCIÓN 6 Coordenadas y mapas

Explora

1 Mientras paseaba por el zoológico, la familia Pérez encontró este letrero. Obsérvalo y responde las preguntas.

a) Con referencia a la rosa de los vientos, ¿en dónde se encuentra la familia al pararse frente al letrero? RM: En el centro de la rosa.

b) ¿En qué dirección deben caminar si quieren ver a los leones?

RM: En dirección este.

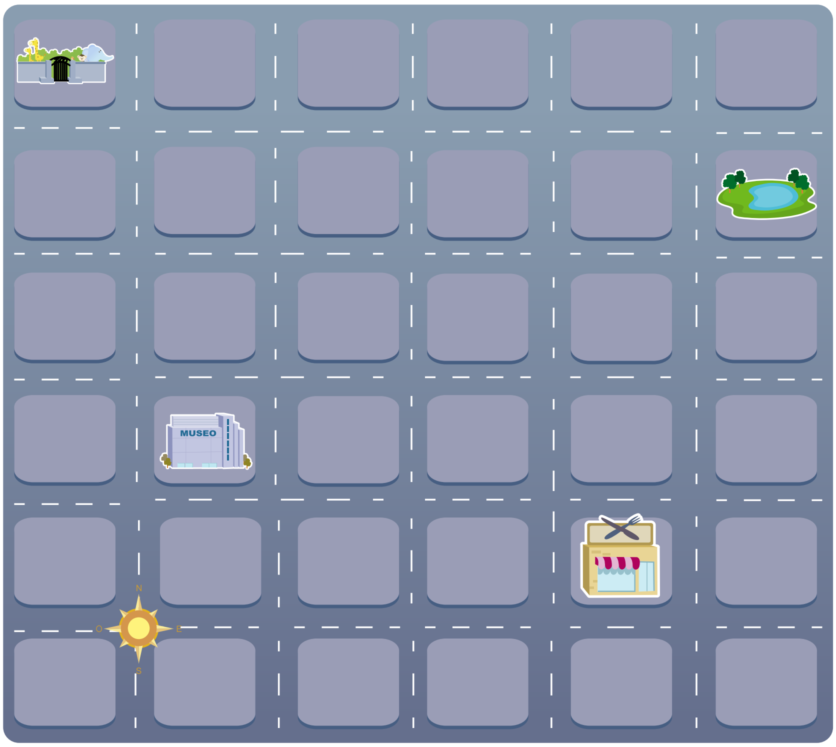
c) ¿Qué animales podrán observar si camina hacia el oeste?

RM: Las jirafas.

d) ¿En qué dirección se encuentran los delfines? RM: En dirección norte.

Aplica

1 Observa el croquis y completa la descripción de las rutas.



Mate TIP

Recuerda que los planos, croquis y mapas siempre deben tener una rosa de los vientos para indicar la orientación respecto a los puntos cardinales.

Tema: Ubicación espacial

Contenido: Interpretación de sistemas de referencia distintos a las coordenadas cartesianas.

a) Al salir del zoológico, la familia Pérez fue a remar al lago. Para llegar ahí, caminaron 5 calles al este y 1 al sur.

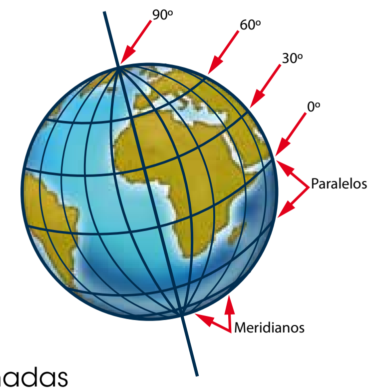
b) Luego de remar, continuaron su paseo: caminaron 4 calles al oeste y 2 al sur para llegar al museo.

c) Finalmente, caminaron 3 calles al este y 1 al sur para disfrutar una cena en el restaurante.

d) Explica la ruta más simple para llegar del restaurante al zoológico.

Respuesta modelo: 4 calles al oeste y 4 al norte.

Toma nota



Los puntos cardinales son cuatro direcciones que conforman un sistema de referencia para orientarse en un mapa o en la superficie terrestre. Los puntos cardinales son: Este, que es la dirección en la que sale el Sol; Oeste, que es la dirección en la que el Sol se oculta; Norte y Sur, que indican la dirección en la que se sitúan los polos magnéticos de la Tierra.

Para ubicarnos sobre nuestro planeta, que no es un plano, sino un cuerpo muy parecido a una esfera, existe un sistema de referencia llamado Coordenadas geográficas, en el cual se asigna a cada punto de la Tierra, una longitud y una latitud. Estas están determinadas por meridianos y paralelos. Los meridianos son líneas imaginarias que unen los polos Norte y Sur. La longitud se mide en grados (°), minutos (′) y segundos (″), asignando a los meridianos un ángulo que parte del meridiano 0° (o Meridiano de Greenwich, que pasa por la ciudad de Londres) y avanza hasta los 180° (media vuelta a la Tierra), en dirección este u oeste, según sea el caso.

Los paralelos son líneas imaginarias que seccionan la Tierra en "rebanadas", ya que son paralelas al Ecuador. La latitud también se mide en grados, minutos y segundos, asignando a los paralelos una medida que va de 0° (en el Ecuador) hasta 90° (un cuarto de vuelta), que indican que se ha llegado a un polo, Norte o Sur, según sea el caso.

Nuestro país se encuentra ubicado en un rectángulo imaginario entre los meridianos: 86° longitud oeste (península de Yucatán) y 118° longitud oeste (Isla de Guadalupe), y los paralelos 14° latitud norte (frontera con Belice) y 32° latitud norte (frontera con los Estados Unidos). Observa en el mapa de la siguiente página que el rectángulo en realidad es una superficie limitada por curvas sobre la Tierra.

Integra

1 Observa el recorrido de un avión en el mapa de la siguiente página, completa las descripciones y responde.

a) Estima las coordenadas geográficas de la ciudad de Tuxtla Gutiérrez, Chiapas (punto de partida del avión). RM: Aprox.93° longitud Oeste y 16° latitud Norte.

b) Estima las coordenadas geográficas de la ciudad de Guadalajara, Jalisco (primera escala del avión). RM: Aprox. 103° longitud Oeste y 20° latitud Norte.

c) Si saliendo de Guadalajara el avión hizo una última escala en Mexicali, localizada aproximadamente en 115° oeste, 32° norte, ¿cuántos grados de longitud recorrió hacia el oeste? Respuesta modelo: Aproximadamente 12 grados al oeste.

d) ¿Cuántos grados de latitud recorrió hacia el norte? Respuesta modelo: Aproximadamente 12 grados al norte.

e) ¿A qué estado pertenecen las coordenadas 100° longitud oeste, 20° latitud norte?

Respuesta modelo: Estado de México

2 Observa el plano vial del aeropuerto de la Ciudad de México de la siguiente página y haz lo que se indica.

a) Traza en el plano este recorrido: por la avenida 608 pasa por el deportivo Oceanía hasta la incorporación a Circuito Interior, ahí dobla a la izquierda y sigue hasta tomar el puente del aeropuerto que te llevará hasta la entrada.

b) Explica cómo llegar al aeropuerto a alguien que viene de la Avenida Zaragoza, y marca la ruta en el plano con un color distinto del que usaste en el trazo anterior.

Respuesta modelo: Por avenida Zaragoza, avanza hasta llegar a Boulevard Puerto Aéreo y da vuelta a la derecha antes del puente, porque si lo subes saldrás hasta Circuito Interior.

3 Observa el cartel que explica la estructura del aeropuerto y contesta las preguntas.

a) ¿Qué servicios se localizan al norte del aeropuerto? RM: Los estacionamientos.

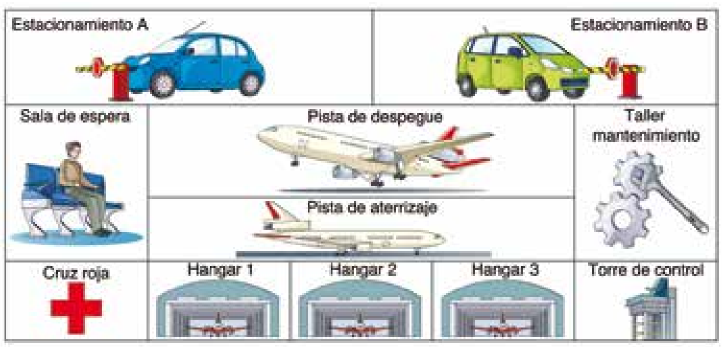
b) ¿Qué lugar se ubica al oeste de las pistas? RM: La sala de espera.

c) La sala de espera se encuentra al oeste de la Cruz Roja.

d) ¿Qué lugar está al norte de la torre de control? RM: El taller de mantenimiento.

e) Los hangares se localizan al sur sur del aeropuerto.

f) ¿En dónde está ubicado el taller de mantenimiento? Respuesta modelo: Al norte de la torre de control, al sur del estacionamiento B, al este de las pistas, en el ala este del aeropuerto.



LECCIÓN 7 Porcentajes y fracciones

Explora

1 Mariana y Jorge están de visita en la feria para festejar el cumpleaños de Mariana y observan que en varios puestos se ofrecen promociones y descuentos. En un puesto en el que se vende comida y recuerdos de la feria hay un letrero que ofrece: "Por cada $100 de compra, recibe un descuento de $8". Mariana encuentra un oso de peluche cuyo precio normal es de $100.

Ositos ojos tiernos. Precio normal: $100. Hoy con $8 de descuento. Llévatelo a $92.

2 Calcula el descuento y escribe el precio de promoción que tienen los artículos.

a) Toboganes locos

Precio normal $400

Descuento $32

Promoción $368

b) Rana amazónica

Precio normal $200

Descuento $16

Promoción $184

c) Cachorro adorable

Precio normal $75

Descuento $6

Promoción $69

d) Paleta arcoíris

Precio normal $25

Descuento $2

Promoción $23

3 A Mariana le gusta el osito, pero no le alcanza para comprarlo. Jorge quiere comprarle un regalo, pero solo cuenta con $70. ¿Qué recuerdos de la feria podría comprar Jorge para regalarle a Mariana?

Respuesta modelo: Podría comprar un cachorro adorable, o bien, una, dos o tres paletas arcoíris.

Tema: Proporcionalidad y funciones
Contenido: Relación del tanto por ciento con la expresión "*n* de cada 100". Relación de 50%, 25%, 20%, 10% con las fracciones $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$, respectivamente.

Aplica

1 Al salir de la feria, los niños van muy divertidos recordando las atracciones y algunos detalles que observaron. Por ejemplo, como tuvieron que esperar un tiempo para subir a los juegos, se distrajeron viendo a las personas formadas en las filas y en las 100 personas formadas para visitar la casa de los espejos contaron lo siguiente:

a) 36 niños, 36 %   **c)** 20 mujeres 20 %   **e)** 5 abuelitas 5 %

b) 25 niñas 25 %   **d)** 10 hombres 10 %   **f)** 4 abuelitos 4 %

Mariana dijo: "25 de cada 100 son niñas", y Jorge agregó: "o sea, 20%". Completa en la lista de arriba las expresiones que indican porcentaje, como lo hizo Jorge con la cantidad de niños.

Mariana advierte que 25 es la cuarta parte de 100, así que dice: "$\frac{1}{4}$ del total, la cuarta parte son niñas", pero también observa que 36 no es la tercera parte ni la mitad de 100.

2 Relaciona las fracciones con los porcentajes.

$\frac{1}{10}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{20}$ $\frac{1}{25}$ $\frac{36}{100}$

5%   10%   4%   36%   25%   20%

Toma nota

Tanto por ciento o porcentaje es una parte de un total. Para indicar el porcentaje, se usa el signo %, como en 50%, 25%, 10%. También se puede entender el porcentaje como una razón entre dos números (recuerda que una razón es la comparación de dos cantidades, que se puede escribir como fracción, *a*/*b*).

En el porcentaje, la fracción tiene denominador 100 y el numerador corresponde al tanto por ciento. Así, a 36%, que es 36 de cada 100, le corresponde la razón 36/100, lo cual puede escribirse simplemente como 36%.

El tanto por ciento es información que nos permite comparar dos cantidades en la misma unidad de medida. Por ejemplo, 36 personas de cada 100 personas.

Los porcentajes también se pueden escribir en forma decimal, ya que corresponden a una fracción cuyo denominador es una potencia de 10.

$$36\% = \frac{36}{100} = 0.36$$

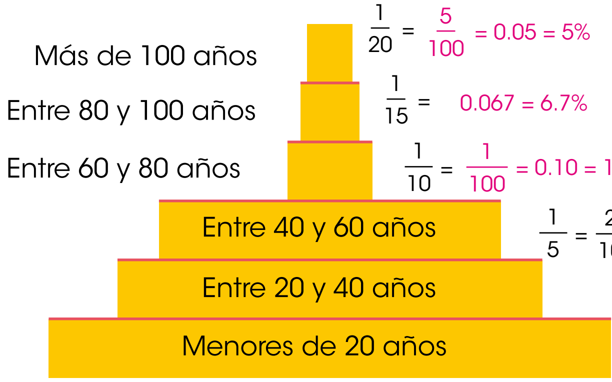
Integra

1 A Jorge le encargaron de tarea investigar la pirámide poblacional del municipio en el que vive. Este es el resultado de su investigación. Observa que a la derecha de la pirámide poblacional ha escrito algunas fracciones y cada una de ellas puede representarse como porcentaje.

Completa los porcentajes que faltan. Ten en cuenta el ejemplo.

Mate TIP

Una pirámide poblacional describe la cantidad de individuos de cada edad que hay en una población. El ancho de las barras indica el tamaño de cada población.



$\frac{1}{20} = \frac{5}{100} = 0.05 = 5\%$

$\frac{1}{15} = 0.067 = 6.7\%$

$\frac{1}{10} = \frac{1}{100} = 0.10 = 10\%$

$\frac{1}{5} = \frac{20}{100} = 0.20 = 20\%$

$\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 0.25 = 25\%$

$\frac{1}{3} = 0.333 = 33.3\%$

2 En algunos casos de la pirámide no ha sido posible encontrar una fracción equivalente con denominador 100. ¿Aun así se puede calcular el porcentaje? Explica.

Respuesta modelo: En 1/3 ≈ 0.333 y 1/15 ≈ 0.067 no es posible encontrar la fracción equivalente con denominador 100, pero aún así se puede calcular la razón por medio de una división; el cociente con punto decimal aproxima el porcentaje buscado.

3 Cuando Jorge le cuenta a su mamá sobre el regalo que le compró a Mariana, ella le dice que haberle comprado paletas arcoíris fue buena decisión, pero insiste en que debe comprarle un regalo especial a su amiga para agradecerle que lo invitara a la feria.

Jorge encuentra una tienda donde venden el Osito ojos tiernos. El precio es mayor que el de la feria, pero ve que tiene un buen descuento. Con lo que Jorge aprendió sobre porcentajes fue capaz de calcular el precio final. ¿Podrás hacerlo tú?

a) ¿Cuánto le costó el osito a Jorge? $75

b) ¿Qué fracción corresponde a 50%? 1/2

Precio normal: $150

Descuento 50%

LECCIÓN 8 Mediana, moda, media

Explora

1 Los alumnos de quinto año están haciendo un experimento y pesan la misma piedra en las balanzas del laboratorio escolar. Todos obtuvieron medidas parecidas, pero no idénticas. Las medidas fueron: 250 g, 251 g, 255 g, 248 g, 253 g, 251 g, 249 g.

a) ¿Qué pueden hacer para reportar una sola medida que represente las medidas obtenidas por todos? Respuesta modelo: Pueden reportar el peso usando una medida de tendencia central (moda, promedio, mediana).

b) Calcula el promedio de las medidas. RM: 251 g

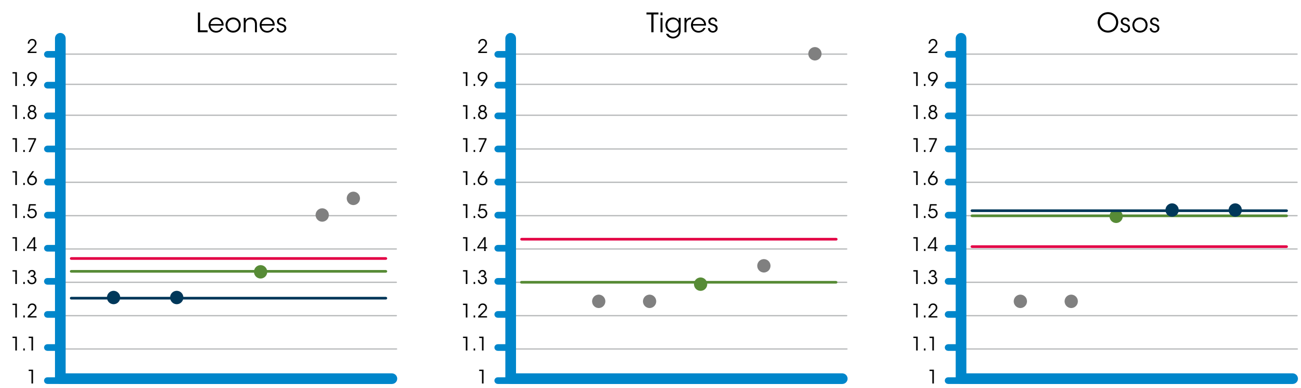
c) Identifica la moda (es el dato que más se repite). RM: 251 g

d) Calcula la mediana (es el dato central de las medidas ordenadas). RM: 251 g

e) Compara las tres medidas, ¿qué observas? RM: Son iguales.

2 Analiza este ejemplo y observa las gráficas.

En el grupo de Ernesto organizaron equipos de basquetbol. Las estaturas de los jugadores de su equipo, Leones son 1.25 m, 1.25 m, 1.35 m, 1.50 m, 1.55 m; las estaturas del equipo Tigres son 1.25, 1.26, 1.30, 1.34 y 2.00 (como faltaba un integrante, se unió el profesor); finalmente, las estaturas del equipo Osos son 1.25 m, 1.26 m, 1.50 m, 1.51 m, 1.52 m.



3 Observa las gráficas: en cada una hay líneas de colores que representan tres diferentes medidas de tendencia central, analízalas y responde.

a) ¿Qué color representa el promedio? RM: Rojo

b) ¿Qué color representa la moda? RM: Azul

c) ¿Qué color representa la mediana? RM: Verde

4 Observa la moda en las tres gráficas.

a) ¿Cuántos de los datos se ocuparon para determinarla? RM: Dos datos.

b) ¿Cuántos de los datos coinciden con su valor? RM: Dos datos.

5 Observa la mediana en las tres gráficas.

a) ¿Cuántos de los datos se ocuparon para determinarla? RM: Un dato.

b) ¿Cuántos de los datos coinciden con su valor? RM: Un dato.

6 Observa el promedio en las tres gráficas.

a) ¿Cuántos de los datos se ocuparon para determinarla? RM: Cinco datos.

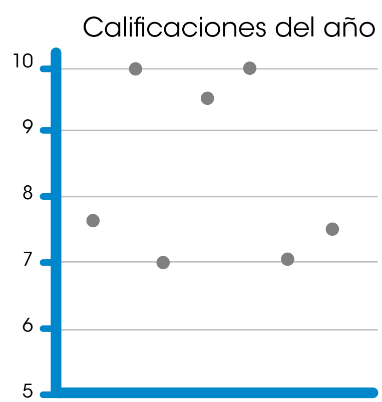
b) ¿Cuántos de los datos coinciden con su valor? RM: Ningún dato.

Aplica

1 Patricia obtuvo estas calificaciones en el año escolar: 7.6, 10, 7, 9.5, 10, 7 y 7.5.

a) Promedio: 8.37 **b)** Moda: RM: Hay 2 modas, 7 y 10 **c)** Mediana: 7.6

2 Traza en la gráfica una línea horizontal para identificar el promedio, la moda y la mediana; emplea un color diferente para cada medida.



3 ¿Cuál de las tres medidas de tendencia central consideras que representa mejor las calificaciones de Patricia? ¿Por qué? Respuesta modelo: En este caso, hay dos modas, una está muy arriba y la otra muy abajo, la mediana se aproxima más a los datos con menor valor y el promedio es el más cercano a la mayoría de datos.

4 En una tienda de trajes, los sueldos de los empleados son los siguientes: \$13 000, \$7 000, \$5 500, \$3 000, \$2 500, \$2 000, \$1 000, \$1 000, \$1 000, \$1 000.

a) Haz en tu cuaderno una gráfica de los datos anteriores e identifica el promedio, la moda y la mediana.

5 ¿Cuál de las medidas de tendencia central representa mejor este conjunto de datos?

Respuesta modelo: El promedio, pues la moda tiende hacia los datos del extremo inferior y la mediana, que indica la división entre los sueldos altos y los sueldos muy bajos, también es un valor muy bajo.

Toma nota

Las medidas de tendencia central sirven para representar con un solo número a un conjunto de datos. Entre ellas están la media aritmética, la moda y la mediana.

Media aritmética o promedio. Corresponde a la suma de un conjunto de datos dividida entre el número total de datos. En la media aritmética se toman en cuenta todos los datos del conjunto y se representa el punto de equilibrio de estos. Se calcula solo para datos numéricos, sumando todos los valores y dividiendo el resultado entre el número total de datos.

Moda. Es el dato que tiene la mayor frecuencia en el conjunto. Su valor está determinado por varios datos (aquellos que se repiten), por lo que no siempre existe ni tiene un valor único. Tiene la ventaja de que se puede calcular incluso para valores no numéricos, como colores favoritos, mascotas, marcas preferidas por los consumidores, etcétera.

Mediana. Es el valor central de un conjunto de valores ordenados en forma creciente o decreciente. Corresponde al valor que "parte a la mitad" los valores ordenados del conjunto, dando lugar a dos conjuntos ordenados, cada uno de los cuales tiene la mitad de los datos del conjunto original: uno tiene todos sus valores iguales o por debajo de la mediana, y el otro, valores iguales o superiores. Según el número de valores del conjunto, se pueden presentar dos casos:

Si el número de valores es impar, la mediana corresponde al valor central de dicho conjunto de datos. Si el número de valores es par, la mediana es el promedio de los dos valores centrales (es decir, los valores centrales se suman y se dividen entre 2).

Así, el valor de la mediana está determinado por uno o dos datos del conjunto, se ve poco afectada por las variaciones en los datos cercanos a los extremos y no las refleja. Aunque las medidas de tendencia central suelen aproximarse mucho entre ellas, representan cosas diferentes, por eso, es importante que en cada situación identifiques qué información se te solicita, para elegir la medida de tendencia central que es más útil en ese caso.

Integra

1 En las ocho ventanillas de un banco hay una pantalla que indica el tiempo que deberá que esperar el cliente para ser atendido. Los valores (en minutos) presentados son: 3, 1, 5, 7, 2, 3, 2. ¿Cuánto tiempo puede predecirse que esperará un cliente que se forme en una fila cualquiera? Usa una medida de tendencia central para explicar y justificar tu respuesta. Respuesta modelo: En el ejemplo hay tres modas, por lo que la moda no sirve en este caso. La mediana es 2.5, significa que la mitad de los clientes esperarán más de 2.5 minutos y la otra mitad menos de 2.5; el promedio es 3, e indica que 3 es el número que "equilibra" a todos los datos.

2 En una panadería, las ventas a lo largo de una semana fueron: \$6 500, \$2 200, \$1 000, \$1 000, \$1 300, \$1 000 y \$1 150. Al analizar estos datos, un empleado asegura que para la siguiente semana pueden esperar ventas diarias por \$2 021.40. El dueño dice que se pueden esperar ventas diarias por \$1 000.

a) ¿Qué medida de tendencia central justifica la opinión del empleado?

RM: La media aritmética.

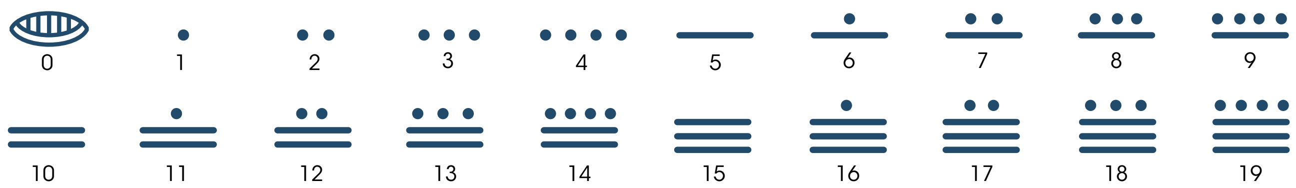
b) ¿Qué medida de tendencia central justifica lo que dice dueño? La moda.

c) ¿Quién tiene razón? Explica. El empleado calcula el promedio, el dueño calcula la moda. El empleado busca una medida diaria que toma en cuenta todos los datos y que semanalmente suma lo mismo que todos los datos. En tanto, el dueño descarta el día en la que la venta fue muy alta y su argumento se basa únicamente en 3 de los 7 datos. El empleado tiene razón.

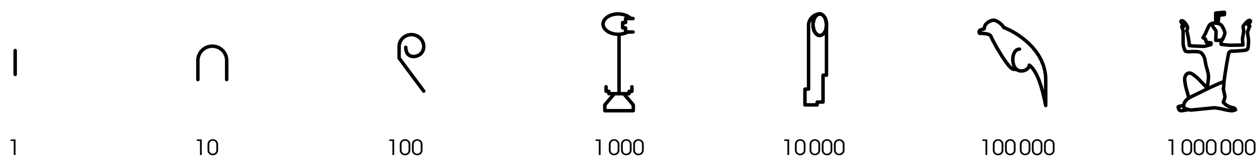
3 Haz una encuesta sobre la fruta que prefieren tus compañeros de grupo. Con los datos que recopilaste, encuentra la media aritmética, la moda y la mediana. ¿Cuál de estas medidas te ayudaría a decidir qué fruta elegir para un convivio con tus compañeros? Respuesta libre.

Lee la información y contesta las preguntas.

Los mayas idearon un sistema de numeración base 20. En él, la unidad se representa con un punto, y el 5, con una raya horizontal, a la cual se añaden los puntos necesarios para representar 6, 7, 8 y 9. Para el 10 se usan dos rayas, se continúa de la misma forma hasta el 19.



En el sistema egipcio se utilizan jeroglíficos para representar los distintos órdenes de unidades.



Se usan tantos símbolos de cada tipo como sea necesario y se pueden escribir indistintamente de izquierda a derecha, al revés o de arriba abajo, cambiando la orientación de las figuras según el caso.

1. Analiza esta sucesión.

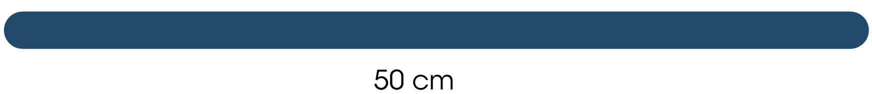
a) Identifica el sistema de numeración utilizado en ella. Sistema de numeración maya.

b) Escribe la sucesión en el sistema decimal de numeración. 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40

c) Escribe tres diferencias o similitudes que existen entre los sistemas de numeración, en lo que toca a cada aspecto.

Diferencias/Similitudes	
Sistema decimal	Todos usan símbolos para representar cantidades.
Sistema maya	En la manera que se asigna el valor a cada símbolo.
Sistema egipcio	En la base del sistema de numeración

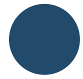
2. Georgina elaboró los símbolos mayas en grande para una exposición. Primero construyó una barra de 50 cm:



Después, dividió la barra en tres. Expresa con una fracción la longitud de las barras resultantes.

50/3

3. Georgina también dibujó el siguiente símbolo maya. Al presentarlo, mencionó que se trata de una circunferencia; Javier uno de su compañeros asegura que se trata de un círculo.



a) Determina quién tiene razón y argumenta tu respuesta. Respuesta modelo: Se trata de un círculo, pues la circunferencia es únicamente la línea que rodea el contorno.

4. Para exponer el sistema romano, Georgina compró las letras a los siguientes precios.

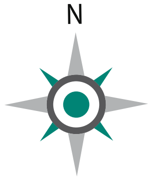
I	V	X	C	M
2.30	2.50	2.70	2.5	2.50

a) ¿Cuánto pagó por 5 letras I? 2.30 × 5 = $11.50

5. Georgina compró 5 letras **I**, 6 letras **V**, 5 letras **X**, 7 letras **C** y 8 letras **M**. Calcula el promedio de letras compradas de los diferentes tipos. (5 + 6 + 5 + 7 + 8) / 5 = 31 / 5 = 6.2

6. Georgina colocó los siguientes números en el pizarrón como parte de su exposición. Al finalizar, la maestra los aprovechó para introducir el siguiente tema: colocó la rosa de los vientos y pidió a los alumnos que identificaran el número que está al noroeste del número diez romano (X). Escribe en sistema decimal el número que indicó la maestra. 16

XVI



CXII

7. Del total del grupo, solo 25% contestó correctamente a la pegunta anterior. Escribe la fracción del total que corresponde a este porcentaje. 25/100

8. Analiza la regla de esta sucesión y encuentra los dos términos que siguen.

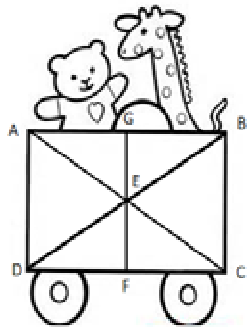
1.1, 3.3, 9.9, 29.7, 89.1, 267.3, 801.9 ...

a) Explica si el numero 267 pertenece o no a la sucesión. Justifica tu respuesta.

Respuesta modelo: No corresponde, porque 267 es número entero y todos los números de esta sucesión tienen parte decimal.

Reactivo	Lección	Contenido	Acción	Complejidad
1	1	Análisis de las similitudes y diferencias entre el sistema decimal de numeración y el sistema maya.	Identifica, analiza	Media
2	2	Uso de la expresión n/m para representar el cociente de una medida entera (n) entre un número natural (m): 2 pasteles entre 3; 5 metros entre 4, etcétera.	Calcula	Media
3	5	Distinción entre círculo y circunferencia; su definición y diversas formas de trazo. Identificación de algunos elementos importantes como radio, diámetro y centro.	Identifica	Baja
4	4	Resolución de problemas que impliquen multiplicaciones de números decimales por números naturales, con el apoyo de la suma iterada.	Calcula	Media
5	8	Cálculo de la media (promedio). Análisis de su pertinencia respecto a la moda como dato representativo en situaciones diversas.	Calcula	Media
6	6	Interpretación de sistemas de referencia distintos a las coordenadas cartesianas.	Identifica, muestra	Media
7	7	Relación del tanto por ciento con la expresión "n de cada 100". Relación de 50%, 25%, 20%, 10% con las fracciones 1/2, 1/4, 1/5, 1/10, respectivamente.	Calcula	Media
8	3	Identificación de la regularidad en sucesiones con números que tengan progresión geométrica, para establecer si un término (cercano) pertenece o no a la sucesión.	Identifica	Baja

1. Analiza el dibujo y selecciona la opción correcta.



a) La recta *AD* es paralela a la recta *DC*.

b) La recta *AB* es paralela a la recta *DC*.

c) La recta *AD* es perpendicular a la recta *BC*.

d) La recta *FG* es paralela a la recta *DC*.

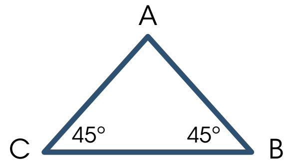
2. Mario y Omar han ahorrado durante un año. Mario ahorró $380 y esa cantidad es 4 veces más de lo que ahorró Omar. Selecciona la cantidad que ahorró Omar.

a) $1520 b) $190 c) $384 d) $95

3. Para ir a la escuela, Óscar recorre el camino corto, que tiene una longitud de $\frac{1}{4}$ de kilómetro; al salir, vuelve por el camino largo, que mide $\frac{1}{2}$ kilómetro. Selecciona la opción que represente la distancia que Óscar recorre de ida y vuelta.

a) $\frac{1}{4}$ de kilómetro b) $\frac{1}{2}$ de kilómetro c) $\frac{3}{4}$ de kilómetro d) 1 kilómetro

4. Analiza el triángulo y elige la opción que representa la medida del ángulo interior formado en el vértice A.



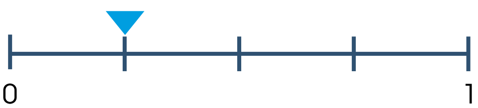
a) 45°

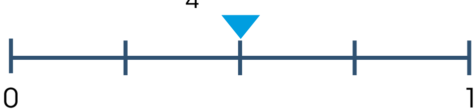
b) 90°

c) 180°

d) 360°

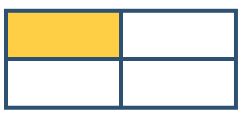
5. Analiza las representaciones y selecciona las que corresponden a $\frac{1}{4}$.

I.


II.


III. 0.25

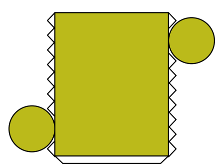
IV. 0.5

V.


VI.


a) I, II y V b) II, III y V c) I, III y V d) I, III y VI

6. Identifica el cuerpo geométrico que puedes construir con este desarrollo plano.



a) Esfera b) Cono c) Cilindro d) Cubo

7. Un auto de Go Karts tiene un rendimiento de 110 kilómetros por litro. ¿Cuánta gasolina habrá consumido luego de recorrer 770 kilómetros?

a) 77 litros b) 8 litros c) 7 litros d) 70 litros

8. Raúl y sus amigos, Víctor y Demetrio, compraron pizzas para la comida. Raúl se comió $\frac{3}{8}$ de una pizza; Víctor, $\frac{1}{4}$ y Demetrio $\frac{1}{8}$. Señala la afirmación correcta.

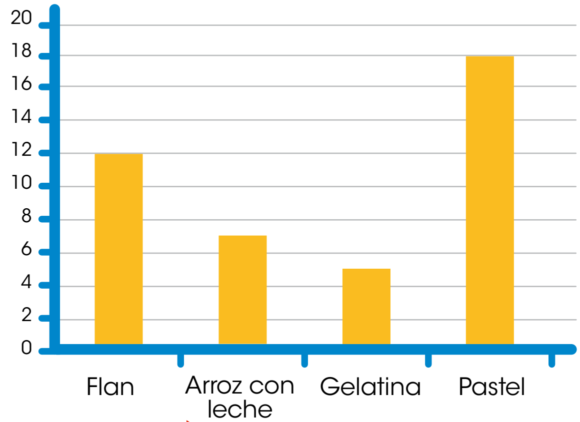
a) Raúl comió más pizza.

b) Víctor comió más pizza.

c) Demetrio comió más pizza.

d) Comieron la misma cantidad.

9. Analiza la gráfica en la que se comparan los postres favoritos de los estudiantes de quinto grado de la escuela "Albert Einstein". Selecciona la tabla que corresponda a los datos presentados en la gráfica.



a)

Postre	Número de alumnos
Flan	12
Arroz con leche	8
Gelatina	6
Pastel	18

b)

Postre	Número de alumnos
Flan	12
Arroz con leche	7
Gelatina	5
Pastel	18

c)

Postre	Número de alumnos
Flan	12
Arroz con leche	7
Gelatina	5
Pastel	20

10. Irma y Araceli compraron una barra de chocolate. Araceli se comió $\frac{3}{8}$ de la barra, e Irma se comió $\frac{1}{2}$. ¿Qué fracción de la barra de chocolate se comieron entre las dos?

a) $\frac{7}{8}$

b) $\frac{4}{10}$

c) $\frac{7}{2}$

d) $\frac{4}{8}$

11. Carlos, Lisbeth y Aranza ganaron un premio de $1000 en efectivo en un concurso de cuentos. ¿Qué operación representa la manera de repartir el premio entre los integrantes del equipo?

a) 1 000 × 3 =

b) 1 000 + 3 =

c) 1 000 – 3 =

d) 1 000 ÷ 3 =

12. Analiza la sucesión y selecciona la regla para obtener el siguiente término.

1, 3, 5, 7, 9, 11…

a) Sumar 2 al último término registrado.

b) Restar 2 al último término registrado.

c) Dividir entre 2 el último término registrado.

d) Multiplicar por 2 al último término registrado.

Reactivo	Bloque	Lección	Contenido	Acción	Complejidad
1	1	4	Identificación de rectas paralelas, secantes y perpendiculares en el plano, así como de ángulos rectos, agudos y obtusos.	Identifica	Baja
2	1	8	Análisis de procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad del tipo valor faltante (dobles, triples, valor unitario).	Identifica y calcula	Media
3	1	1	Resolución de problemas que impliquen sumar o restar fracciones cuyos denominadores son múltiplos uno de otro.	Calcula	Media
4	2	4	Localización y trazo de las alturas en diferentes triángulos.	Identifica	Baja
5	2	1	Conocimiento de diversas representaciones de un número fraccionario: con cifras, mediante la recta numérica, con superficies, etc. Análisis de las relaciones entre la fracción y el todo.	Identifica	Baja
6	3	4	Construcción de cuerpos geométricos con distintos materiales (incluyendo cono, cilindro y esfera). Análisis de sus características referentes a la forma y al número de caras, vértices y aristas.	Identifica	Baja
7	3	8	Análisis de procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad del tipo valor faltante (suma término a término, cálculo de un valor intermedio, aplicación del factor constante).	Calcula	Media
8	3	1	Comparación de fracciones con distinto denominador, mediante diversos recursos.	Calcula	Media
9	4	8	Resuelve problemas que implican leer o representar información en gráficas de barras.	Identifica	Baja
10	4	3	Resuelve problemas que implican sumar o restar números fraccionarios con igual o distinto denominador. Resolución de problemas que impliquen sumas o restas de fracciones comunes con denominadores diferentes.	Calcula	Media
11	4	4	Análisis de las relaciones entre la multiplicación y la división como operaciones inversas.	Identifica	Baja
12	5	3	Identificación de la regularidad en sucesiones con números que tengan progresión geométrica, para establecer si un término (cercano) pertenece o no a la sucesión.	Identifica, analiza	Media

ISBN 978-607-32-2592-2